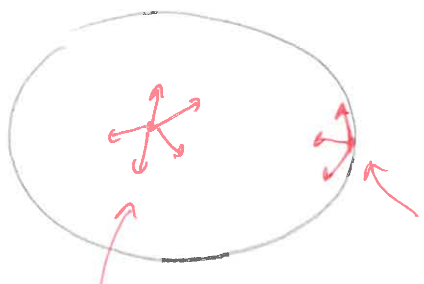
Tension superficielle :

Tension superficielle apparaît entre 2 phases non miscibles (AINSI, UNE INTERFACE GAZ/GAZ EST EXCLUE CAR UN MÉLANGE DE GAZ EST SUPPOSÉ MISCIBLE EN TOUTE PROPORTION À CAUSE DE L'AGITATION THERMIQUE)

Tension superficielle permet à une membrane tendue de s'opposer à la déformation. Une telle membrane apparaît entre 2 phases non miscibles et la tension superficielle limite cette surface

Origine microscopique :

les molécules d'un corps pur liquide s'attirent mutuellement grâce aux forces de Van Der Walls, liaisons Hydrogène



les forces du liquide à la surface ne se compensent pas symétriquement

les forces des molécules à l'intérieur du liquide se compensent

LA TENSION SUPERFICIELLE EST LA MANIFESTATION DE CETTE DISSYMÉTRIE

Coefficient de Tension superficielle

$$\gamma \simeq \frac{k_B T}{2a^2}$$

de l'ordre de Energie de l'agitation thermique ($\simeq 10\,mJ/m^2$)

Coefficient de cohésion des molécules d'un liquide

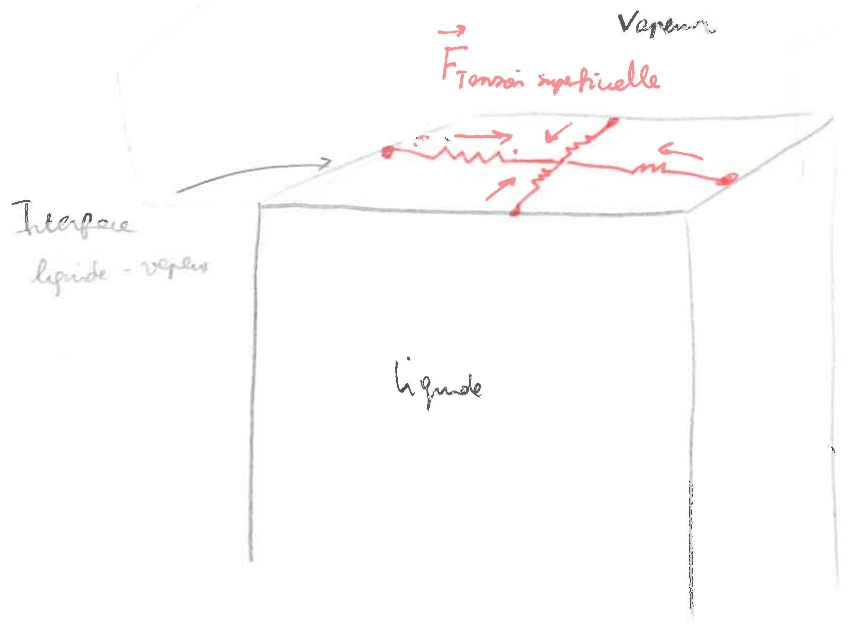
Surface de la molécule

Car la moitié de la force d'attraction des molécules ne se compensent pas à la surface du liquide

γ CORRESPOND À :

- LA QUANTITÉ DE FORCE SUPERFICIELLE LORSQUE LA TAILLE (≡ LA DIMENSION DE L'INTERFACE AUGMENTE D'UNE UNITÉ)
- LA QUANTITÉ DE TRAVAIL DE LA FORCE DE TENSION (≡ LA TENSION SUPERFICIELLE) LORSQUE LA SUPERFICIELLE (≡ L'ÉNERGIE) SURFACE À L'INTERFACE AUGMENTE D'UNE UNITÉ

Force de Tension Superficielle :



La force de Tension superficielle s'applique (ou résulte dans le cas) des molécules à l'interface

La force de Tension superficielle est :

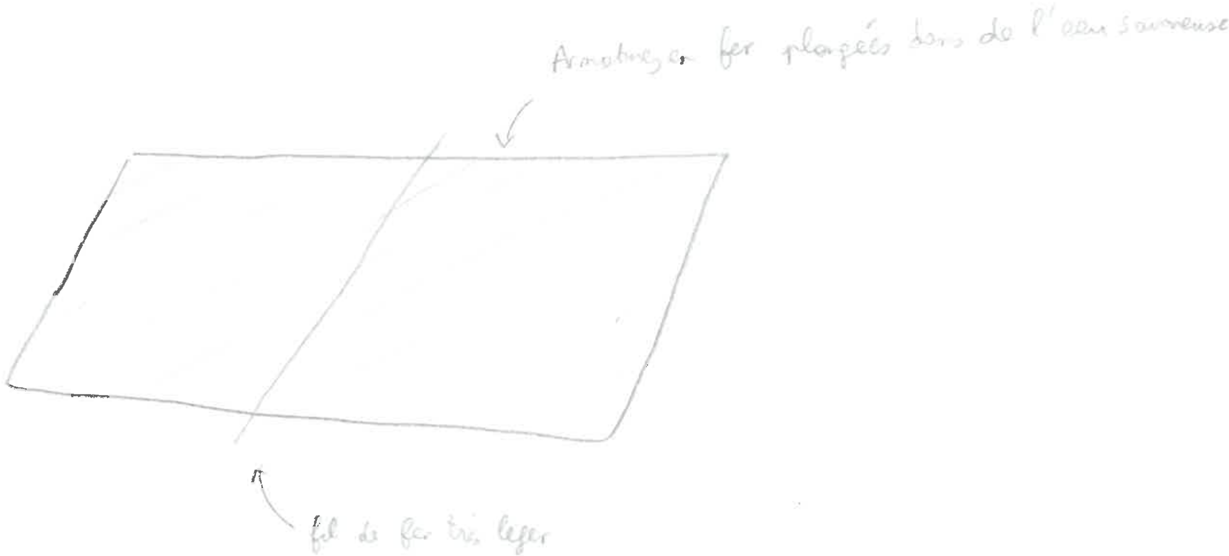
- tangentielle à la surface de contact
- de valeur : $\vec{F}_{TS} = \gamma \times \mathcal{C} \times \vec{u}_{int}$ ← dirigée vers l'intérieur du fluide

↖ Taille du contour de l'interface

↑ Coefficient de Tension Superficielle

A CHAQUE INTERFACE APPARAIT UNE FORCE DE TENSION SUPERFICIELLE

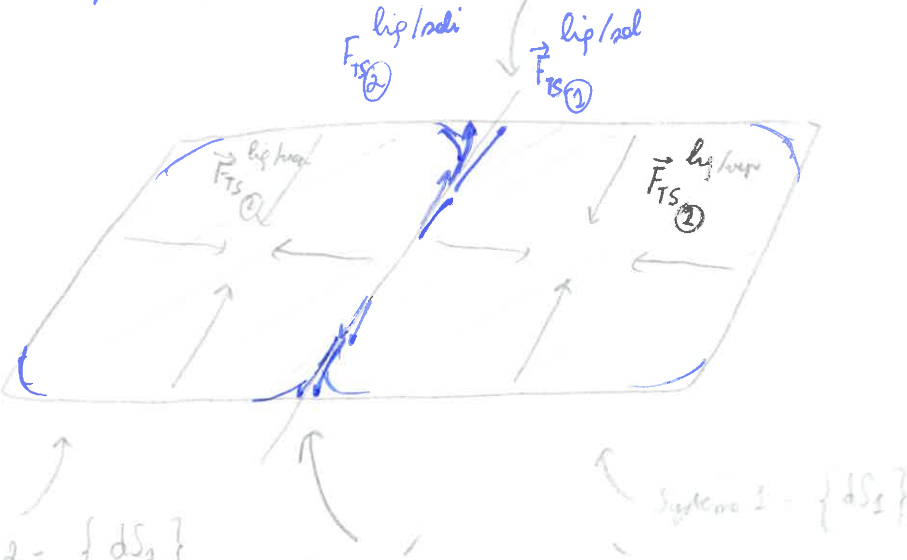
Expérience du rail :



2 interfaces :

- liquide / vapeur
- liquide solide

LE FIL NE FLOTTE PAS, IL EST POSÉ SUR UNE ARMATURE, MÉTALLIQUE LATÉRALE



LE VÉRITABLE SYSTÈME DANS CETTE EXPÉRIENCE EST LE {FIL} !!!

=) les forces de tension superficielles de l'interface liquide / solide causant la courbure du liquide aux extrémités du fil de fer et des interfaces métalliques sont supposées négligeables par rapport aux forces de tension superficielle de l'interface liquide / gaz lorsqu'on casse le film d'eau savonneuse du système (1) ≡ l'interface liquide/gaz du système (1)

Le fil de métal se déplace très rapidement vers l'extrémité du système (2)

Ainsi une force tangentielle à la surface existe bien (elle a permis le déplacement du fil)

Les caractéristiques de cette force sont :

- Point d'application : bord de la surface vers l'intérieur de la surface
  dans ce cas, sur le système = {fil}
- Direction : tangentielle à la surface du liquide
- Sens : vers le centre du liquide
- Valeur : $F_{TS} = \gamma \times \ell$ ← contour de l'interface considérée
  γ : coefficient de tension superficielle

TOUT AUSSI IMPORTANT QUE LA DESCRIPTION VECTORIELLE DE LA FORCE (4 CARACTÉRISTIQUES INDÉPENDANTE DU SYSTÈME), LA DESCRIPTION DU SYSTÈME EST L'ÉTAPE SUCCESSIVE FONDAMENTALE POUR VÉRIFIER LA VALIDITÉ DE LA FORCE OBTENUE

Prenons l'expérience de la pièce de monnaie sur laquelle on vient rajouter des gouttes et intéressons-nous à l'interface liquide/gaz (il y a aussi l'interface liquide/métal que l'on néglige)

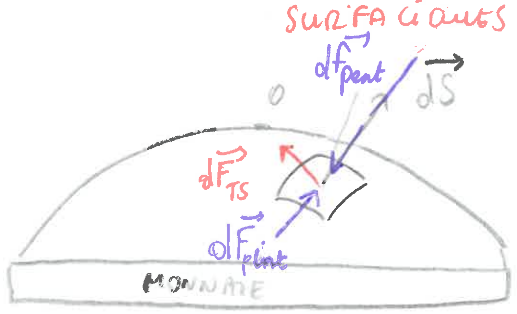
Système = {goutte d'eau} étudiée dans le référentiel Terrestre, supposé Galiléen

Plusieurs descriptions possibles associées à 2 types de systèmes différents

⚠ ⚠ ⚠ ON CHOISIT TOUJOURS LA PORTION ÉLÉMENTAIRE DU SYSTÈME QUI PERMET L'ÉTUDE LA PLUS SIMPLE DES FORCES ÉTUDIÉES MAIS AUSSI DU COMPORTEMENT DE TOUT LE SYSTÈME (APPLICATION DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE)

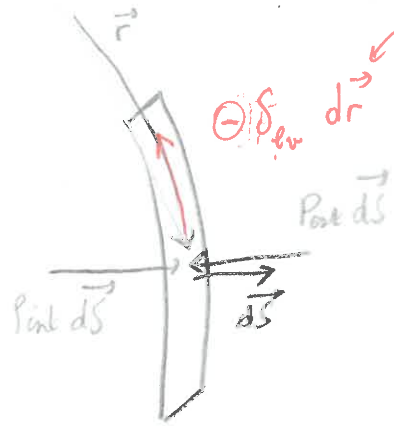
1) Description surfacique (BEAUCOUP DE DESCRIPTIONS IMPLIQUANT LA PRESSION ET DES BILANS DE PRESSION SONT DES DESCRIPTIONS SURFACIQUES !!!)

Système = {surface élémentaire à l'extérieure de la goutte}



On utilise dF car il s'agit de forces réduites à une portion élémentaire de surface

$$\sum d\vec{F}_{ext}\Big|_{\Sigma} = d\vec{F}_{TS} + d\vec{F}_{pint} + d\vec{F}_{pext}$$



En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique

$$\sum d\vec{F}_{ext}\Big|_{\Sigma} = d\vec{F}_{TS} + d\vec{F}_{pint} + d\vec{F}_{pext}$$

$$= P_{int}\,\vec{dS} - P_{ext}\,\vec{dS} - \mathcal{S}_{lv}\,\vec{dr}$$

$$= m\,\frac{d\vec{v}_{\Sigma}}{dt}$$

⚠ ⚠ ⚠ LES FORCES NE SONT PAS PROJETÉES SUR LES MÊMES AXES MAIS PEUVENT S'AJOUTER VECTORIELLEMENT

À l'équilibre $\frac{d\vec{v}_{\Sigma}}{dt} = \vec{0}$:

$$\Rightarrow (P_{int} - P_{ext})\,\vec{dS} = \mathcal{S}_{lv} \cdot \vec{dr}$$

NON SIMPLIFIABLES SANS PROJECTION !!!

⇒ LE PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE PEUT ÊTRE APPLIQUÉ SUR CE SYSTÈME

L'application de la Seconde loi de Newton à l'élément de Volume de fluide dV:

Donnée particulaire dans le liquide

$$\sum d\vec{F}_{ext}\Big|_{\xi} = +\vec{\nabla}(P_{int}) - \vec{\nabla}(P_{ext}) - \vec{\nabla}(\gamma_{LV}) = m\frac{d\vec{v}_{\xi}}{dt}$$

car lorsque r se rapproche du centre

$$\vec{f}_{ext} = \vec{\nabla}(P_{int}) - \vec{\nabla}(P_{ext}) - \vec{\nabla}(\gamma_{LV})$$

DENSITÉS VOLUMIQUES
ET NON SURFACIQUES
COMME PRÉCÉDEMMENT
DE FORCE

À l'équilibre $\left(\frac{d\vec{v}_{\xi}}{dt} = \vec{0}\right)$.

$$\vec{\nabla}(P_{int}) = \vec{\nabla}(P_{ext}) + \vec{\nabla}(\gamma_{LV})$$

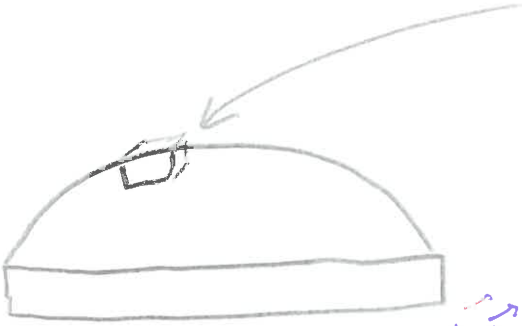
⚠ ⚠ ⚠ TRÈS PIÉGEUX CAR LES GRADIENTS NE SE FONT PAS DANS LA MÊME DIRECTION

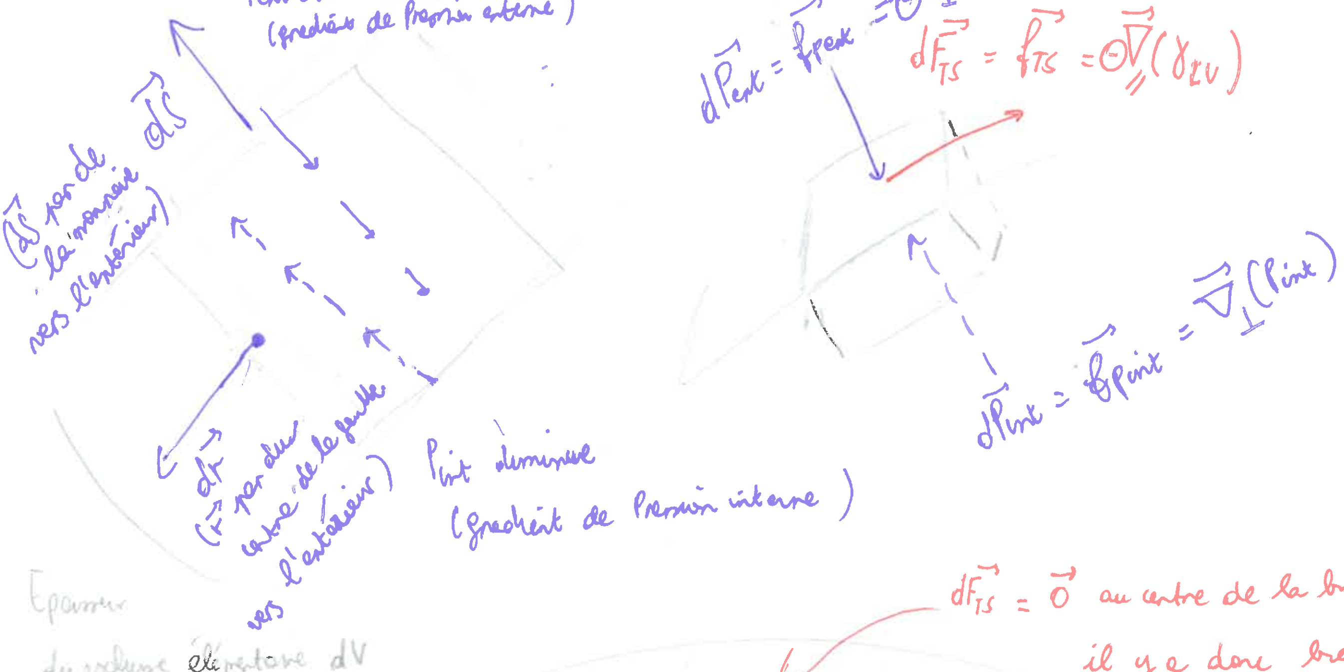
$$\vec{\nabla}_{\perp}(P_{int}) = \vec{\nabla}_{\perp}(P_{ext}) + \vec{\nabla}_{/\!/}(\gamma_{LV})$$

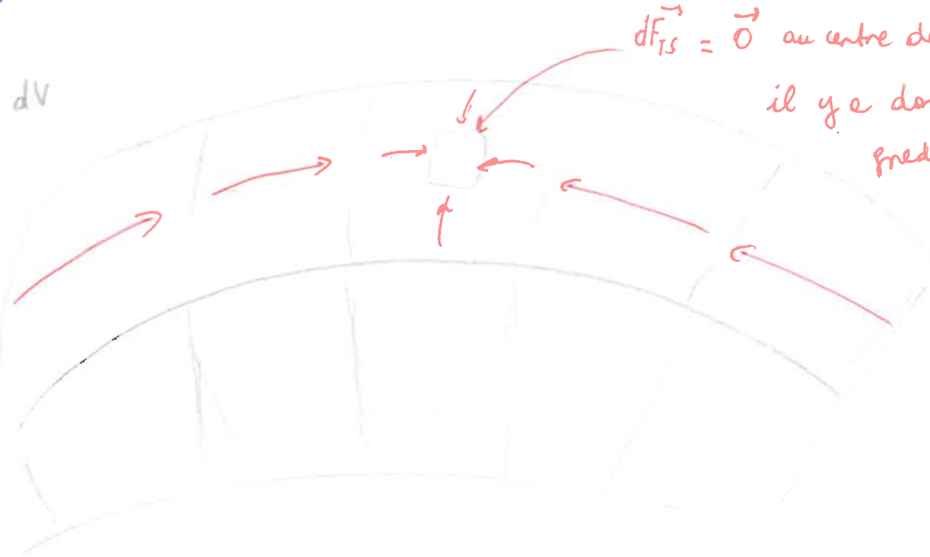
direction radiale à la surface

direction tangentielle à la surface

2) Description volumique (TRÈS UTILE POUR L'INTÉGRATION DANS LES ÉQUATIONS MICROSCOPIQUES (= FORMES LOCALES) COMME POUR L'INTÉGRATION DANS L'ÉQUATION DE NAVIER-STOKES)

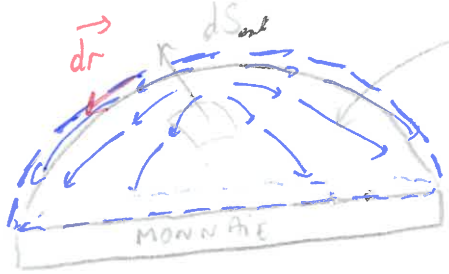






3) Bilan macroscopique (loi de Laplace) :

(DESCRIPTION PLUS CLAIRE QUE M.N. Sanz OÙ L'ISOLATION ENTRE LA PARTIE SUPÉRIEURE ET INFÉRIEURE DE LA GOUTTE DOIT SE FAIRE MENTALEMENT)



Système = {toute la goutte sur la pièce de monnaie}

$\mathcal{C}$ (contour de la surface = interface liquide/air)

$$\sum \vec{F_{ext}}\Big|_{\Sigma} = P_{int}\iint \vec{dS_\perp} - P_{ext}\iint \vec{dS_\perp} - \gamma_{LV}\int_{\mathcal{C}} \vec{dr}$$

Application de la Seconde loi de Newton

$$\sum \vec{F_{ext}}\Big|_{\Sigma} = P_{int}\iint \vec{dS_\perp} - P_{ext}\iint \vec{dS_\perp} - \gamma_{LV}\int_{\mathcal{C}} \vec{dr} = m\,\frac{d\vec{v_\Sigma}}{dt}$$

À l'équilibre $\left(\frac{d\vec{v_\Sigma}}{dt} = \vec{0}\right)$:

$$\Rightarrow \sum \vec{F_{ext}}\Big|_{\Sigma} = P_{int}\iint \vec{dS_\perp} - P_{ext}\iint \vec{dS_\perp} - \gamma_{LV}\int_{\mathcal{C}} \vec{dr} = \vec{0}$$

Si le système considéré est une demi-sphère :

$$P_{int}\, 2\pi r^2 = P_{ext}\, 2\pi r^2 + \gamma_{LV}\, \pi r$$

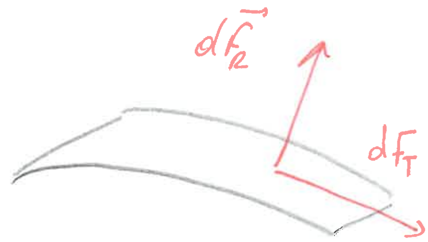
$$\Rightarrow \boxed{\gamma_{LV} = \frac{r\,(P_{int} - P_{ext})}{2}}$$ (loi de Laplace pour une demi-sphère)

$$\gamma_{LV} = \frac{2\; 4\pi r^2\,(P_{int} - P_{ext})}{2\pi r}$$ (loi de Laplace pour une bulle de savon)

3 DESCRIPTIONS SONT DONC POSSIBLES :

(SURTOUT AVEC DES FORCES TANGENTIELLES ~~ETAIS~~ AUSSI RADIALES À UNE SURFACE)

(UTILISATION DES d FORCES DÈS LORS QUE LE SYSTÈME CONSIDÉRÉ N'EST PAS MACROSCOPIQUE, C'EST-À-DIRE DANS LE CAS OÙ :



- LE SYSTÈME EST UN ÉLÉMENT DE SURFACE $d\vec{S}$

$: d\vec{F} = (\vec{F} \cdot d\vec{S})\vec{u_S} = P \cdot d\vec{S}$

- LE SYSTÈME EST UN VOLUME ÉLÉMENTAIRE : dV

$: d\vec{F} = \vec{F} \cdot dV$

$\frac{d\vec{F}}{dV} = \vec{f}$

densité volumique de force très utile pour l'intégration des lois microscopiques (≡ formes locales)

1) Description surfacique

$$d\vec{F}_{P_{int}} + d\vec{F}_{P_{ext}} + d\vec{F}_{\gamma_{LV}} = \sum \vec{F}_{ext}|_{dS} = m_{dS} \frac{d\vec{v}_{dS}}{dt}$$

$$P_{int}\, d\vec{S} - P_{ext}\, d\vec{S} - \gamma_{LV}\, d\vec{r} = \;?$$

(ÉQUIVALENT SURFACIQUE DE LA DÉRIVÉE PARTICULAIRE)

2) Description sur un volume élémentaire dV (≡ description microscopique) (≡ forme locale)

$$d\vec{F}_{P_{int}} + d\vec{F}_{P_{ext}} + d\vec{F}_{\gamma_{LV}} = \sum \vec{F}_{ext}|_{dV} = \rho \frac{dv_{dV}}{dt}$$

$$\equiv \vec{f}_{P_{int}} + \vec{f}_{P_{ext}} + \vec{f}_{\gamma_{LV}} = \sum \vec{f}_{ext} = \rho \frac{d\vec{v}_{dV}}{dt}$$

$$\vec{\nabla}_{\perp}(P_{int}) - \vec{\nabla}_{\perp}(P_{ext}) - \vec{\nabla}_{//}(\gamma_{LV}) = \sum \vec{f}_{ext} = \rho \frac{d\vec{v}_{dV}}{dt}$$

⚠ ⚠ ⚠ IL S'AGIT DE LA DÉRIVÉE PARTICULAIRE !!! POUR DÉCRIRE V, dV VARIE AUSSI DANS L'ESPACE !!!

3) Description macroscopique sur tout le système considéré (≡ forme globale) UNIQUEMENT QUAND LES FORCES MICROSCOPIQUES SONT BIEN DÉFINIES ET BIEN ORIENTÉES

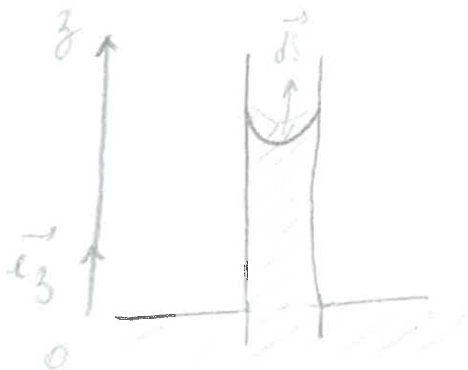
$$\vec{F}_{P_{int}} + \vec{F}_{P_{ext}} + F_{\gamma_{LV}} = \sum \vec{F}_{ext}|_{\Sigma} = m_{\Sigma} \frac{d\vec{v}_{\Sigma}}{dt}$$

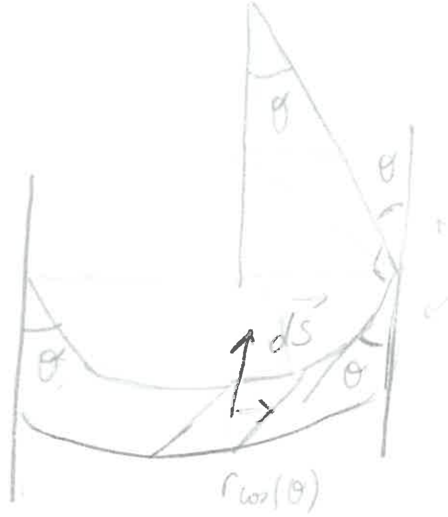
$$P_{int} \iint_{S_{int}} d\vec{S} - P_{ext} \iint_{S_{ext}} d\vec{S} - \gamma_{LV} \int_{\mathcal{C}} d\vec{r} = m_{\Sigma} \frac{d\vec{v}_{\Sigma}}{dt}$$

dV N'EST PAS LE MÊME EN TOUT POINT DE L'ESPACE

Capillarité :

1) Loi de Young - Dupré :





Système = { dS fluide }

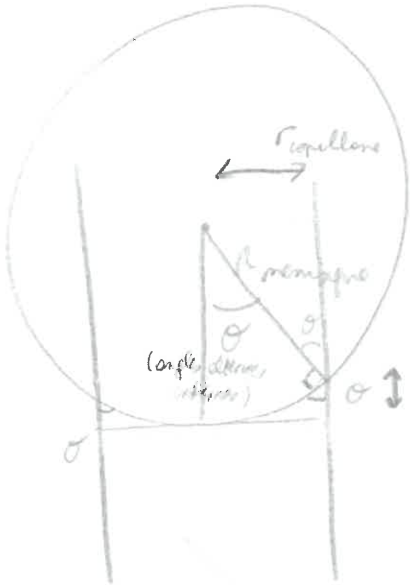
$$\sum \vec{F_{ext}}\Big|_{dS} = P_{int}\,\vec{dS} - \underset{\substack{\| \\ P_0}}{P_{ext}}\,\vec{dS} - \gamma_{LV}\,\vec{dr}_{Contour}$$

$\| \quad \sum \vec{F_{ext}}\Big|_{...}$ projeté uniquement sur l'axe $\vec{e_z}$

⚠⚠⚠ LE CHAMP DE POTENTIEL A CES TROIS EST COMPARABLE À UN GRADIENT DE PRESSION :

$\vec{f_{poids}} = \rho \vec{g}$ peut être comparée avec $\vec{\nabla}(\ldots)$ donc la Pression est comparable avec $\int \vec{f_{poids}} \cdot \vec{dl}$

$$P_{int} = P_{ext} + P_{h_2O/l'eau}$$
$$= P_{ext} + \rho_{eau}\, g \times (z - 0)$$
$$= P_0 + \rho_{eau}\, g \times (z - 0)$$
$$= P_0 + \rho_{eau} \times g \times h$$



Si la surface du ménisque est plate

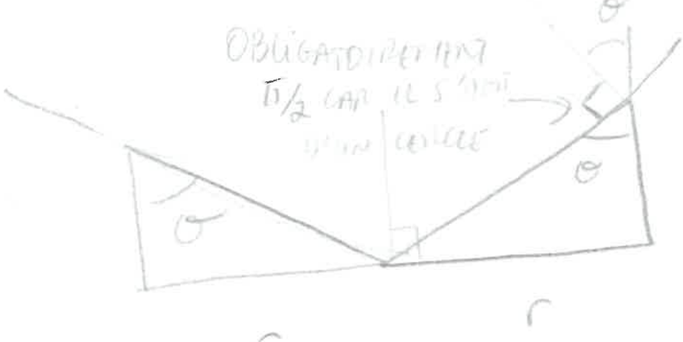
$S = \pi r^2$

$\mathcal{C} = 2\pi r$

Si la surface du ménisque est bombée

$S = \pi\,(r/\cos(\theta))^2$

$\mathcal{C} = 2\pi\, r/\cos(\theta)$



$\Rightarrow R_{calotte} = r_{capillaire}/\cos(\theta)$

Élargissement des surfaces et des contours par un angle θ

dépend du liquide et du gaz

Passage à la description macroscopique ($\equiv$ forme globale) :

$$\sum \vec{F_{ext}}\Big|_{eau} = \iint (P_0 + \rho_{eau}\, g\, h)\, d\vec{S_{ext}} \ominus \iint P_0\, d\vec{S_{ext}} - \int_{\mathcal{C}} \gamma_{LV}\, d\vec{r}$$

$$= \rho_{eau}\, g\, h\, \left(\pi r^2 / \cos^2(\theta)\right) - \gamma_{LV}\, 2\pi r / \cos\theta$$

En appliquant la Seconde Loi de Newton

$$\sum \vec{F_{ext}}\Big|_{eau} = m_{eau} \frac{d\vec{v_{eau}}}{dt}$$

$$\Rightarrow \rho_{eau}\, g\, h \left(\pi r^2 / \cos^2(\theta)\right) - \gamma_{LV}\, 2\pi r / \cos(\theta) = m_{eau} \frac{d\vec{v_{eau}}}{dt}$$

À l'équilibre $\left(\frac{d\vec{v_{eau}}}{dt} = \vec{0}\right)$:

$$\rho_{eau}\, g\, h\, r / \cos(\theta) = 2\gamma_{LV}$$

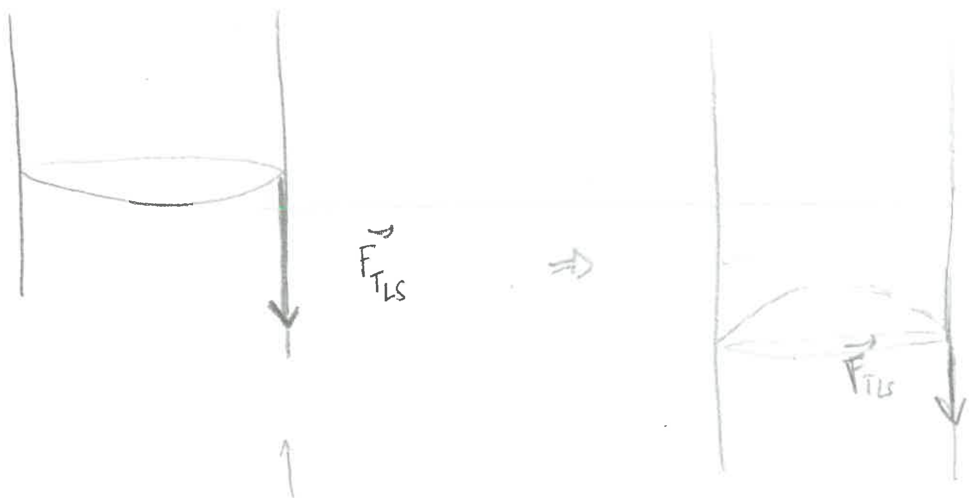
$$\Rightarrow h = \frac{2\gamma_{LV} \cos(\theta)}{\rho_{eau}\, g\, \cancel{r \cos(\theta)}}$$

IL EST PRÉFÉRABLE D'UTILISER DIRECTEMENT LA FORMULE DE LAPLACE SANS TOUT REDÉMONTRER COMME DÉCRIT DANS [Physique - Tout - En - Un, PC, PC*, M. N. Sanz, p. 322]

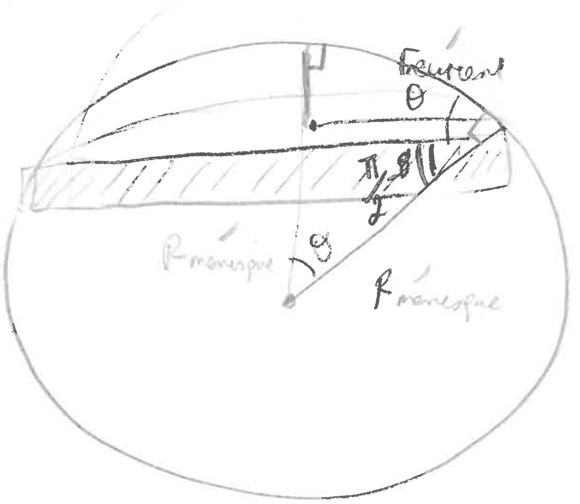
EN RÉALITÉ, LA TENSION DE SURFACE DE L'INTERFACE SOLIDE / LIQUIDE N'A PAS ÉTÉ DIRECTEMENT ÉTUDIÉE, ELLE INTERVIENT DIRECTEMENT DANS LE $\cos(\theta)$!!!

- Interface liquide / vapeur

- Interface liquide / solide



Le calcul mathématique de la surface de contact est très important dans le cas d'une goutte.



Γneutre :