Généralisation à N sources:

Interférences

2 Interférences

Par division du front d'onde

(Trous de Young)

Généralisation à N interférences

RÉSEAUX

2 Interférences

Par division d'amplitude

(interféromètre de Michelson)

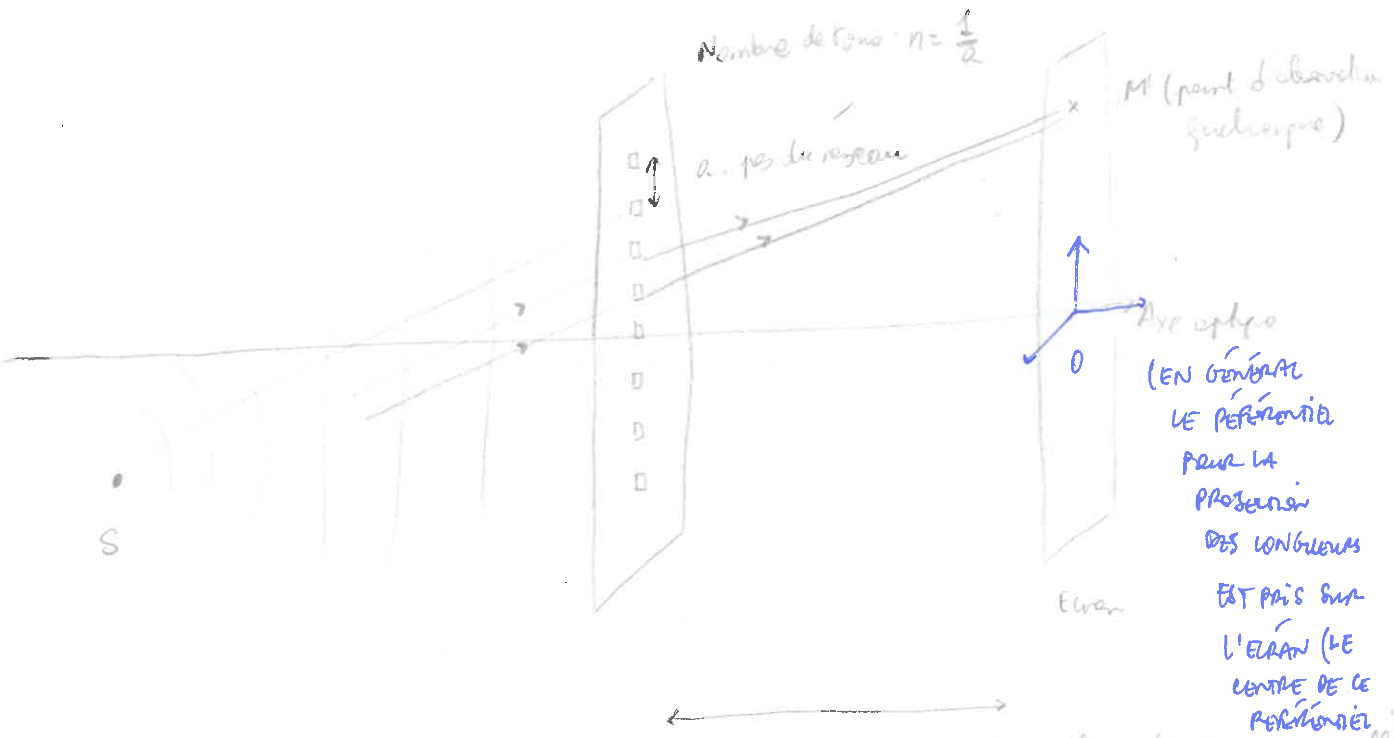
Généralisation à N interférences

LAMES PARALLÈLES

Réseaux :

⚠ ⚠ ⚠ LA FORMULE DE FRESNEL N'EST PLUS VALABLE AVEC LES RÉSEAUX : ELLE NE MODÉLISE QUE 2 INTERFÉRENCES ET NON N INTERFÉRENCES !!!

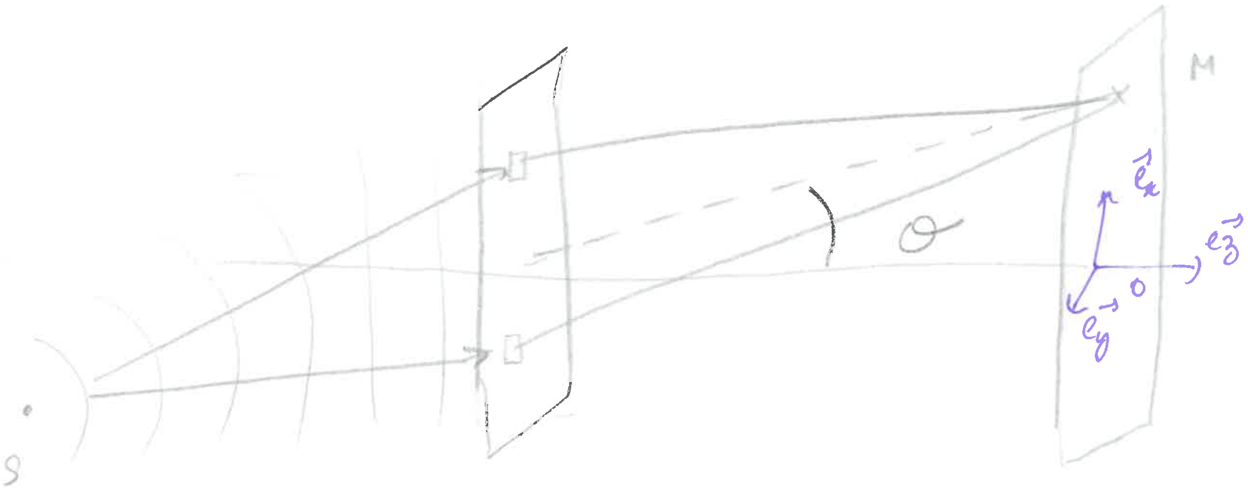
⚠ ⚠ ⚠ DANS LE CAS GÉNÉRAL LA SOURCE PRIMAIRE FAIT UN ANGLE i AVEC L'AXE OPTIQUE (⇒ INTRODUCTION D'UNE DIFFÉRENCE DE MARCHE AVANT LE RÉSEAU : $\delta_{total} = \delta_{avant}(i) + \delta_{après}(\theta)$)



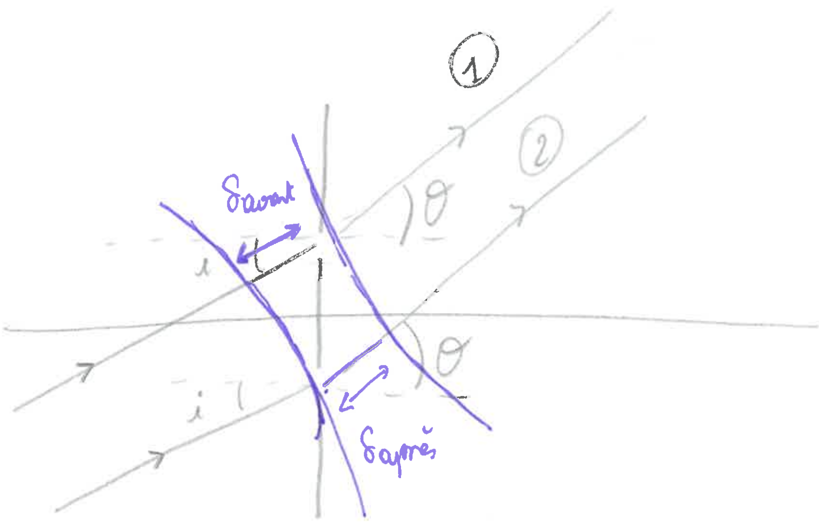
(EN GÉNÉRAL LE RÉFÉRENTIEL POUR LA PROJECTION DES LONGUEURS EST PRIS SUR L'ÉCRAN (LE CENTRE DE CE RÉFÉRENTIEL EST LE POINT D'INTERSECTION AVEC L'AXE OPTIQUE

Conditions de Fraunhofer : front d'onde quasi-parallèle
(≡ diffraction à l'infini $D \gg a$)

On ne prend que 2 diffractions :



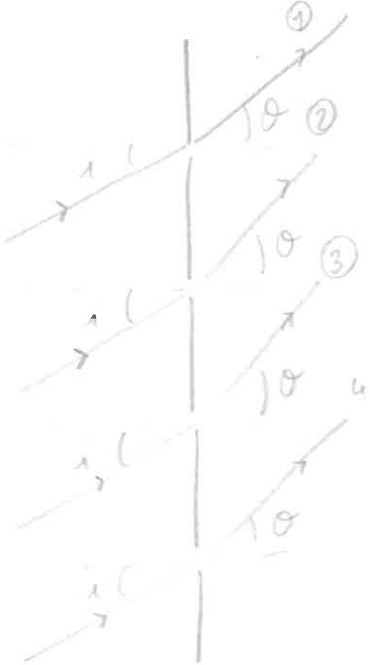
⚠ ⚠ ⚠ EN GÉNÉRAL LA SOURCE PRIMAIRE ET L'ÉCRAN SONT SUPPOSÉS TRÈS LOIN $\Rightarrow$ ONDES QUASI-PLANES
(DIFFRACTION DE FRAUNHOFER)
$\Rightarrow$ CHEMINS OPTIQUES QUASI-PARALLÈLES



$$\delta_{TOTAL\ 1/2} = \delta_{avant} + \delta_{après}$$

$$= a \sin(i) - a \sin(\theta)$$

$\Rightarrow$ CHAQUE RAYON A UNE DIFFÉRENCE DE MARCHE AVEC LE SUIVANT ÉGALE À $a(\sin(i) - \sin(\theta))$



$\vec{E}_{TOTAL} = \sum \vec{E}_i$ (LES CHAMPS ÉLECTRIQUES S'AJOUTENT TOUJOURS, IL S'AGIT DE FORCES)
(CE N'EST PAS LE CAS DES INTENSITÉS LUMINEUSES QUI S'AJOUTENT UNIQUEMENT LORSQUE LES RAYONS N'INTERFÈRENT PAS (SINON IL FAUT AJOUTER LE TERME D'INTERFÉRENCES))

Pour un champ $\vec{E}$ représenté par une onde plane progressive déphasée de $m \times \delta_{1/2}$ par rapport au rayon 1

$$\vec{\varphi}_{TOTAL} = \sum \vec{\varphi}_m = \sum_N \vec{\varphi}_{m0}\, e^{i(\omega t - m \times \Delta\phi)} = \sum \vec{\varphi}_{m_0}\, e^{i(\omega t - m\frac{2\pi k}{\lambda}\cdot \delta_{1/2})}$$

1ère condition d'interférence : les polarisations $\vec{\varphi}_{m0}$ ne doivent pas être orthogonales entre elles

VECTEUR POLARISATION
(E EST UNE ONDE TRANSVERSALE !!!)

⇒ En supposant que $\vec{\varphi}_{m0}$ sont toutes identiques : $\vec{\varphi}_{m0} = \varphi_0 \cdot \vec{e}_0$, alors l'expression précédente se simplifie

$$\vec{\varphi}_{TOTAL} = \varphi_{TOTAL} \cdot \vec{e}_0 = \left(\sum \varphi_0\, e^{i(\omega t - m\frac{2\pi k}{\lambda}\delta_{1/2})}\right)\cdot \vec{e}_0$$

$$\Rightarrow \varphi_{TOTAL} = e^{i\omega t}\, \varphi_0 \sum e^{-im\frac{2\pi k}{\lambda} a(\sin(i) - \sin(\theta))}$$

$$\Rightarrow \varphi_{TOTAL} = e^{i\omega t}\, \varphi_0 \sum e^{-im\Delta\phi} = e^{i\omega t}\, \varphi_0 \left(1 + e^{-i\Delta\phi} + e^{-2i\Delta\phi} + e^{-3i\Delta\phi} + \dots\right.$$

Il s'agit d'une suite géométrique de raison $\Delta\phi$

$$\Rightarrow \varphi_{TOTAL} = \varphi_0 e^{i\omega t} \left(\frac{1 - e^{-iN\Delta\phi}}{1 - e^{-i\Delta\phi}} \right)$$

$$\Rightarrow \varphi_{TOTAL} = \varphi_0 e^{i\omega t} \frac{e^{-i\frac{N\Delta\phi}{2}}}{e^{-i\frac{\Delta\phi}{2}}} \left(\frac{e^{i\frac{N\Delta\phi}{2}} - e^{-i\frac{N\Delta\phi}{2}}}{e^{i\frac{\Delta\phi}{2}} - e^{-i\frac{\Delta\phi}{2}}} \right)$$

$$\boxed{\Rightarrow \varphi_{TOTAL} = \varphi_0 e^{i\omega t} e^{-\frac{i(N-1)\Delta\phi}{2}} \frac{\sin(N\Delta\phi)}{\sin(\Delta\phi)}}$$

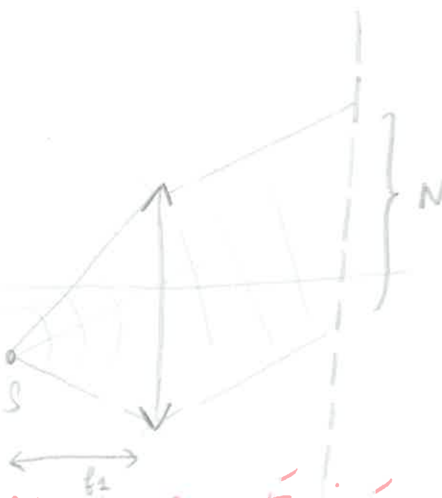
avec $\Delta\phi = \Delta\phi_{m/m-1} = k.\delta_{m/m-1} = a\left(\sin(i) - \sin(\theta)\right)$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} a \left(\sin(i) - \sin(\theta)\right)$$

L'amplitude I s'obtient alors directement :

$$I = \langle Re(\varphi_{TOTAL}) Re(\varphi^*_{TOTAL}) \rangle_\tau = \frac{\varphi_0^2}{4} \frac{\sin^2(N\Delta\phi)}{\sin^2(\Delta\phi)}$$

$$\cos^2(\Delta\phi) = \frac{1 + \cos(2\Delta\phi)}{2}$$



N CORRESPOND AUX NOMBRES DE TROUS ÉCLAIRÉS PAR LA SOURCE PRIMAIRE S

$\Rightarrow N < n = \frac{1}{a}$ (n : LE NOMBRE DE TROUS DU RÉSEAU)

Ce résultat peut être également obtenu avec les vecteurs de Fresnel

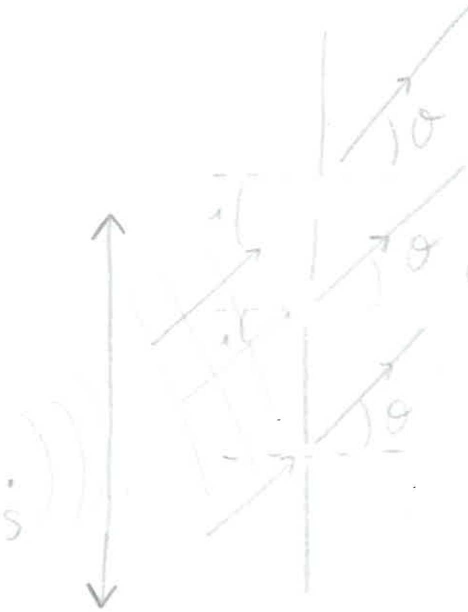
Chaque onde est déphasée par rapport à la précédente de $e^{i\Delta\phi}$

En supposant que les N ondes créées par l'éclairement de la source primaire S ont la même amplitude/

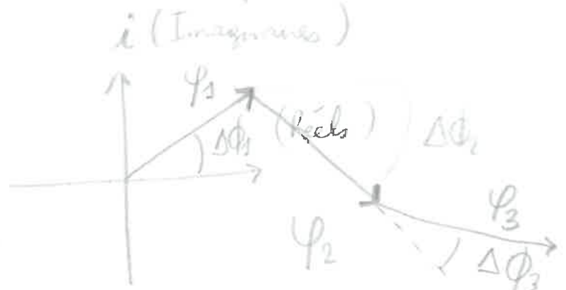
$$\varphi_1 = \varphi_0 e^{i(\omega t - \Delta\phi_1)}$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 e^{i(\omega t - \Delta\phi_2)}$$

$$\varphi_3 = \varphi_0 e^{i(\omega t - \Delta\phi_3)}$$



En utilisant le plan de Fresnel (et en analysant que le déphasage spatial ($e^{-i\Delta\phi_m}$), le déphasage temporel ($e^{i\omega t}$) étant identique pour chaque onde)

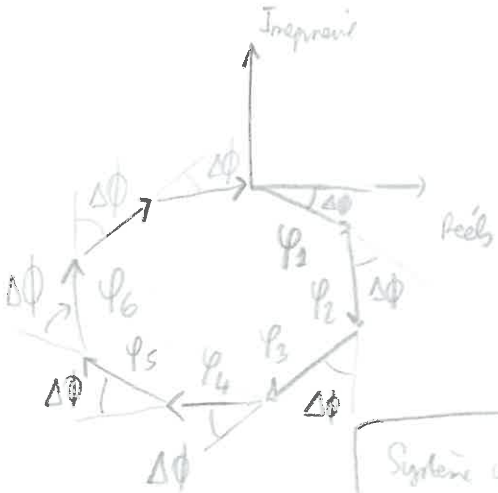


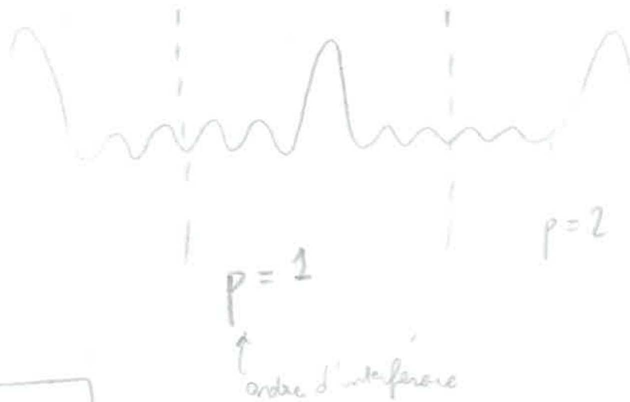
⚠ ⚠ ⚠ DANS TOUS LES CAS ON PEUT AJOUTER LES φ ENSEMBLE CAR IL S'AGIT DE CHAMPS ÉLECTRIQUES

Ainsi si les amplitudes sont identiques mais les déphasages sont quelconques, alors on obtient les mêmes résultats que la marche aléatoire $\sum \varphi_m = N^2 \varphi_0$

=▷ LES ONDES N'INTERFÈRENT PAS

POUR QUE LES ONDES INTERFÈRENT IL FAUT CRÉER UN PHÉNOMÈNE PÉRIODIQUE, UNIQUEMENT POSSIBLE SI L'AMPLITUDE ET LE DÉPHASAGE INTRODUIT PAR CHAQUE ONDE PAR RAPPORT À LA PRÉCÉDENTE EST CONSTANT !!!



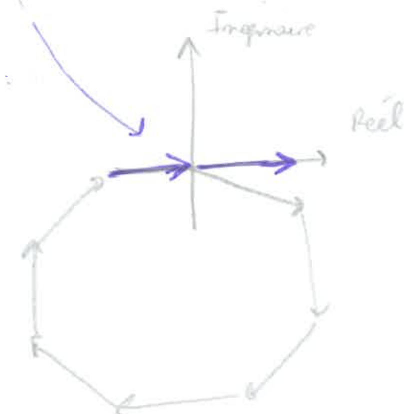


Système cyclique en représentation de Fresnel

⇒ Ondes qui interfèrent

⚠ ⚠ ⚠ LES ORDRES D'INTERFERENCES CORRESPONDENT AUX ENTIERS QUI ANNULENT LE DENOMINATEUR DE L'INTENSITÉ LUMINEUSE :

Contrairement à ce qui est obtenu sur l'écran, en représentation de Fresnel, le second ordre d'interférence est totalement confondu avec le premier car sinon il faudrait 2 fois le vecteur (→) pour ne pas que les 2 cycles (correspondant aux 2 ordres d'interférences) soient confondus



$$I = \frac{\psi_0^2}{4} \frac{\sin^2(N\Delta\phi_{m/m-1})}{\sin^2(\Delta\phi_{m/m-1})}$$

$$= \frac{\psi_0^2}{4} \frac{\sin^2\left(N \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin(i) - \sin(\theta))\right)}{\sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} a(\sin(i) - \sin(\theta))\right)}$$

Addition des phénomènes de brouillage (diminution de la visibilité) :

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(N\Delta\phi)}{\sin(\Delta\phi)} \right)^2$$

En incluant les phénomènes de brouillage

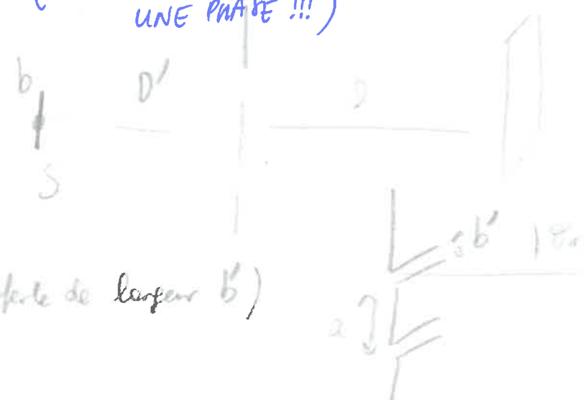
- source primaire étendue
- source secondaire (diffraction) étendue
- lumière quasi-monochromatique

⚠ ⚠ ⚠ IL N'Y A PAS LE $I_0(1+ \mathcal{V}(\ ))$ COMME DANS LA FORMULE DE FRESNEL

$$\Rightarrow I = I_0 \Big(\underbrace{\mathcal{V}}_{\text{phénomène de brouillage}} \left(\frac{\sin(N\Delta\phi)}{\sin(\Delta\phi)} \right)^2 \Big)$$

HOMOGENEITÉ NÉCESSAIRE (≡ ANALYSE DES DIMENSIONS DONNANT UNE PHASE !!!)

avec :



- $\mathcal{V} = \mathrm{sinc}(u)$ et $u = \frac{b}{2}\frac{1}{D} \Delta\phi$ (pour une source primaire étendue de largeur b)
- $\mathcal{V} = \mathrm{sinc}(u)$ et $u = \frac{b'}{2}\frac{1}{a} \times \Delta\phi$ (diffraction par une fente de largeur b')
  (ou $u = \frac{1}{a} \sin(\theta_{\text{introduit par la fente}})$)
- $\mathcal{V} = \mathrm{sinc}(u)$ et $u =$ (largeur spectrale d'une raie qui n'est pas un dirac)

ou [femto-physique o.f / Cours de physique ondulatoire / Complément, ...]

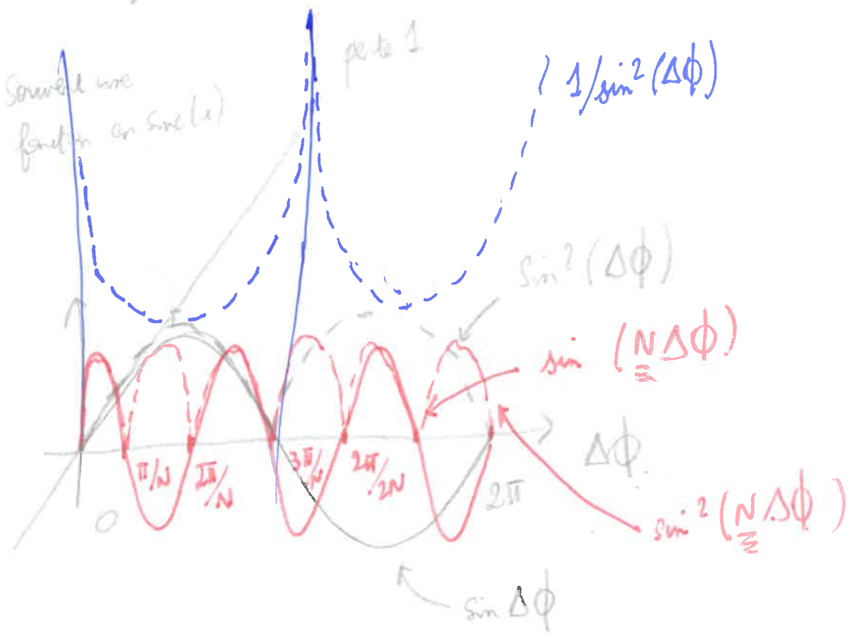
$$\mathcal{V} = e^{-|\tau|/\tau_0}$$

$1/f_0$

Temps de cohérence spatial : $\tau_c \times \Delta f = 1$??? (D'après l'équivalence temps-fréquence de la Transformée de Fourier ???)

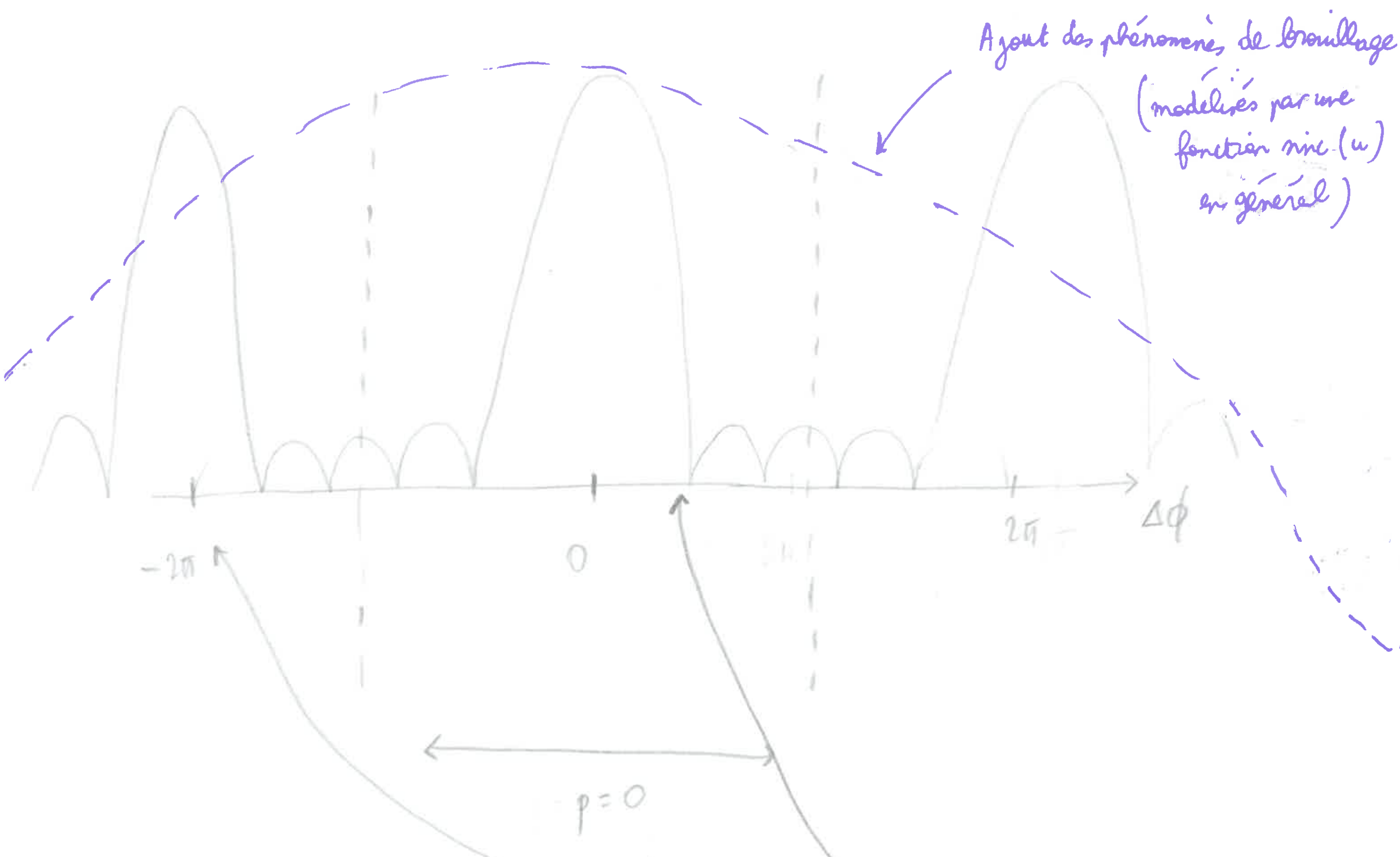
Interprétation de l'illumination à un point M créé par la diffraction d'un réseau de N fentes éclairées (n fente totale) par une source primaire (condition de Fraunhofer : diffraction à l'infini)

$$I = I_0 \left(v \times \left(\frac{\sin(N\Delta\phi)}{\sin(\Delta\phi)} \right)^2 \right)$$



AINSI LE SIGNAL $\sin^2(N\Delta\phi)$ EST AMPLIFIÉ PAR $\frac{1}{\sin^2(\Delta\phi)}$ QUI AMPLIFIE UNIQUEMENT LE SIGNAL $\sin^2(N\Delta\phi)$ AUTOUR DE 0 CAR AUTOUR DE π (LA DEUXIÈME ASYMPTOTE DE $\frac{1}{\sin^2(\Delta\phi)}$) $\sin^2(N\Delta\phi)$ EST ÉGAL À 0 → INDÉTERMINATION → PARASITE AU DL → 0

Ainsi, sur l'écran, on obtient :



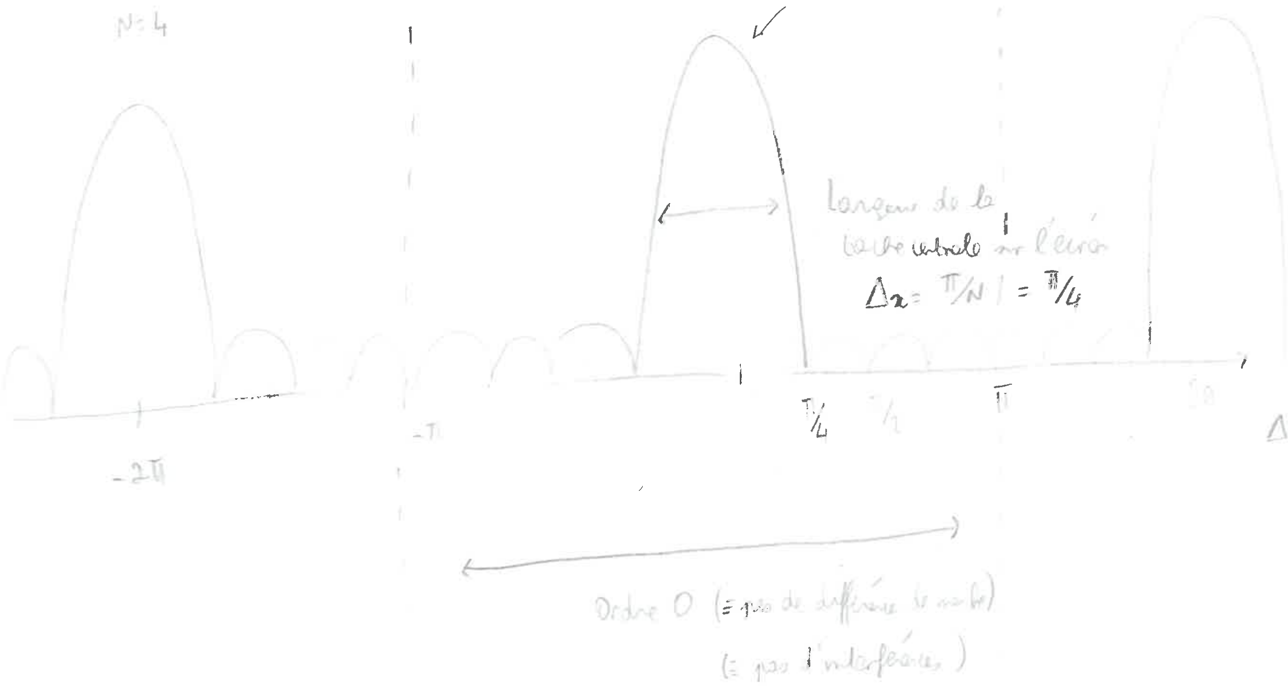
$\dfrac{\sin(N\Delta\phi)}{\sin(\Delta\phi)}$ s'annule pour $\Delta\phi = p \times 2\pi + \dfrac{q \times \pi}{N}$

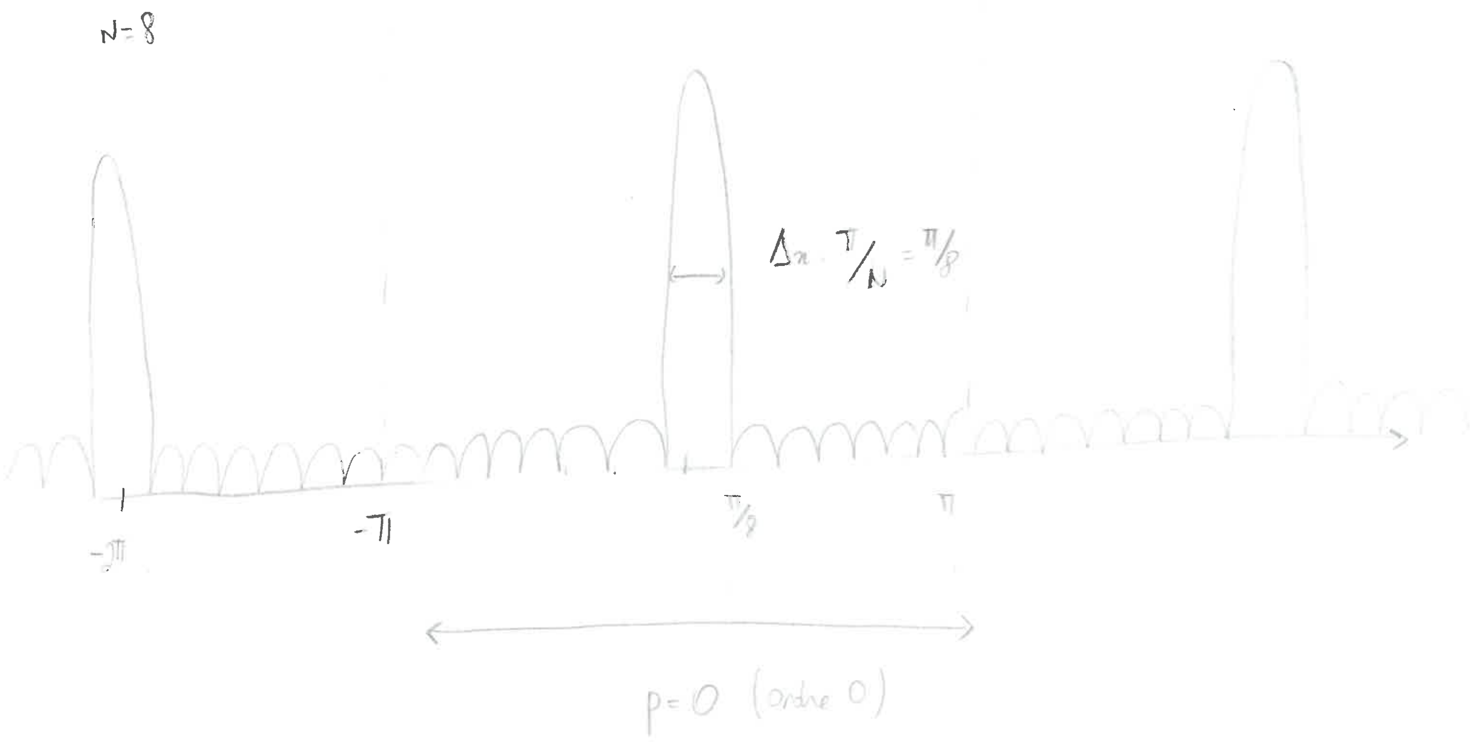
les ordres d'interférences sont définis par rapport à l'annulation du $\sin(\Delta\phi)$ et non à l'annulation du $\sin(N\Delta\phi)$

Ainsi, plus N ($\sim n = \frac{1}{a}$ car en général toutes les fentes sont éclairées par la source primaire S),
est élevé et plus le pic d'intensité pour un ordre d'interférence p donné est fin

=> PLUS ON A DE DIFFRACTION EN PARALLÈLES ET PLUS ON RESTREINT EN LARGEUR LE PIC CENTRAL DE CHAQUE ORDRE !!!

1) Lumière monochromatique (ex laser)





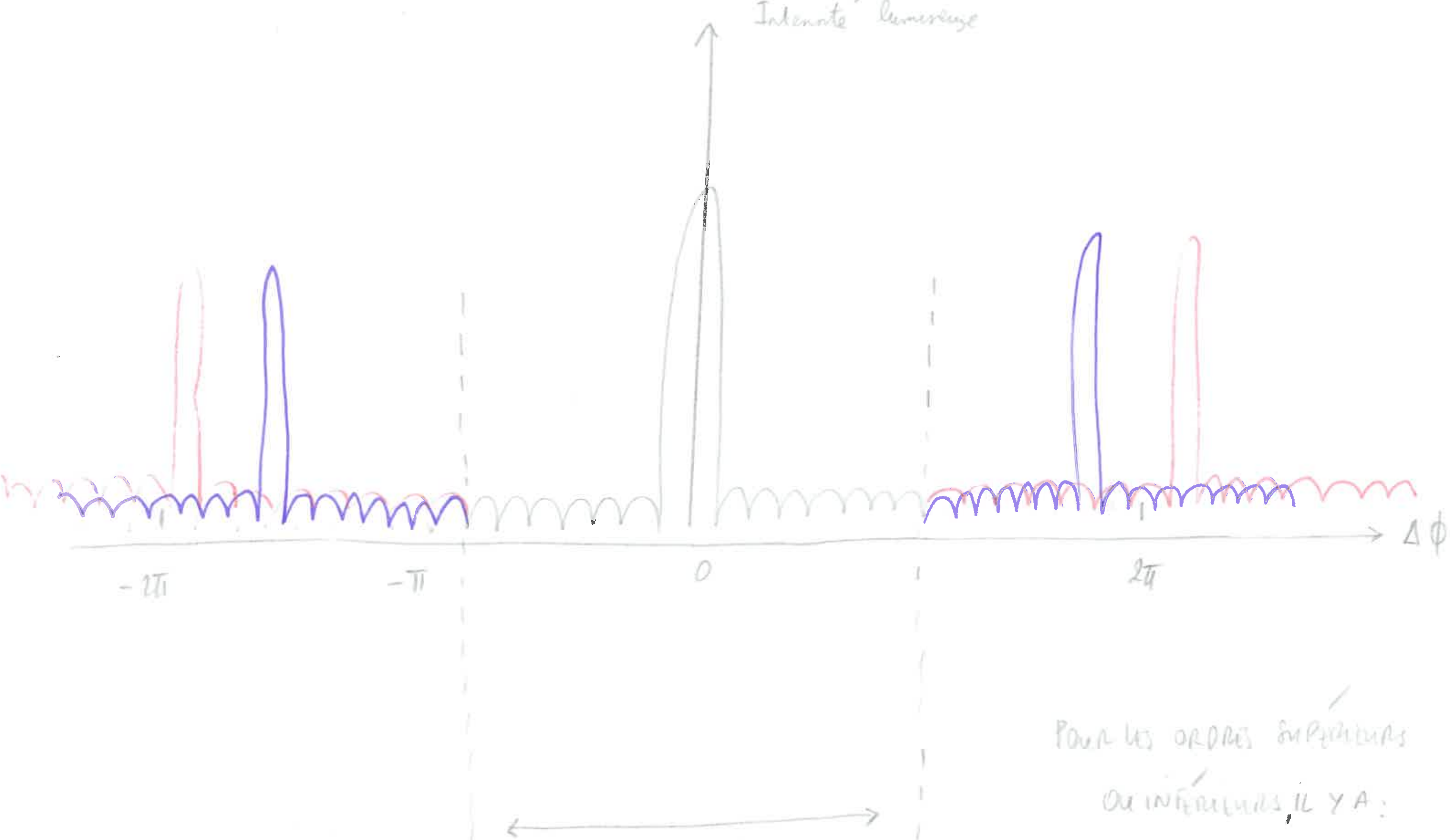
2) Lumière polychromatique (exemple lumière blanche)

⚠ ⚠ ⚠ DE PLUS $\Delta\phi$ DÉPEND DE λ !!!

$\Rightarrow$ LES RÉSEAUX DISPERSENT LA LUMIÈRE DE MANIÈRE TRÈS FINE QUI PEUT ÊTRE RÉSOLUE !!!

$\Rightarrow$ LES RÉSEAUX SONT UTILISÉS POUR LES ANALYSES SPECTROSCOPIQUES !!!

Pour N = 8, sans inclure les phénomènes de brouillage, lumière blanche (polychromatique)



Ordre 0 ($p = 0$) pas de différence de marche (= pas d'interférences)

$\Rightarrow$ LUMIÈRE BLANCHE

POUR LES ORDRES SUPÉRIEURS OU INFÉRIEURS, IL Y A :

- INTERFÉRENCE
- DISPERSION DE LA LUMIÈRE

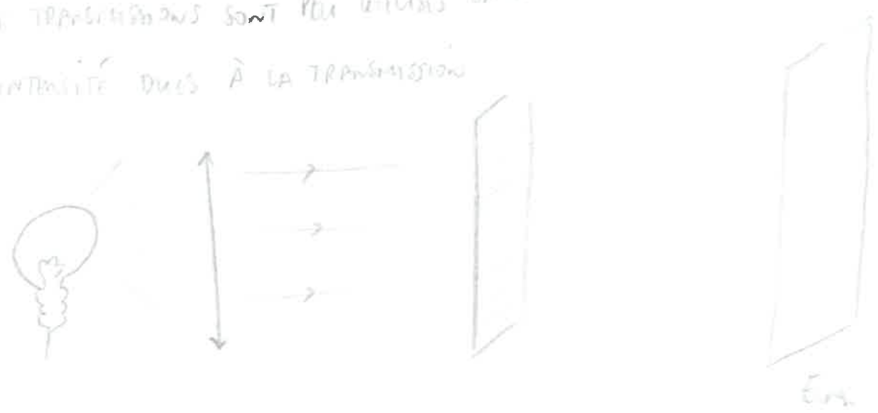
Rappel $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin(i) - \sin(\theta))$

Pour le rouge $\lambda_r \approx 800$ nm et pour le bleu $\lambda_b \approx 400$ nm

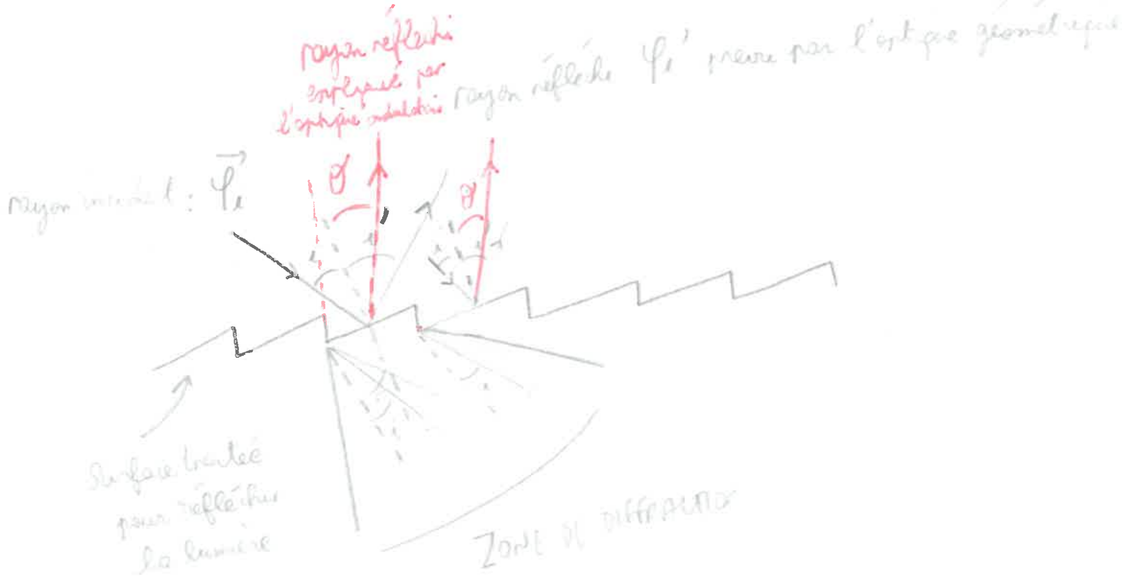
$\Rightarrow \Delta\phi_r > \Delta\phi_b$

AINSI, EN PERMETTANT D'OBTENIR DES FRANGES TRÈS FINES LORSQUE N ↗ ET EN DISPERSANT LA LUMIÈRE, UN RÉSEAU EST TRÈS UTILE POUR LES ANALYSES DE COULEURS

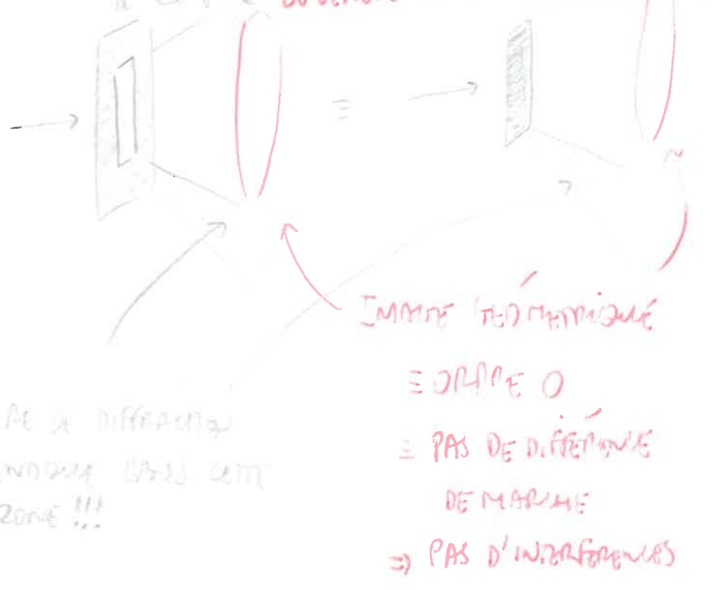
⚠ ⚠ ⚠ LES RÉSEAUX DE TRANSMISSIONS SONT PEU UTILISÉS EN PRATIQUE À CAUSE DES PERTES D'INTENSITÉ DUES À LA TRANSMISSION



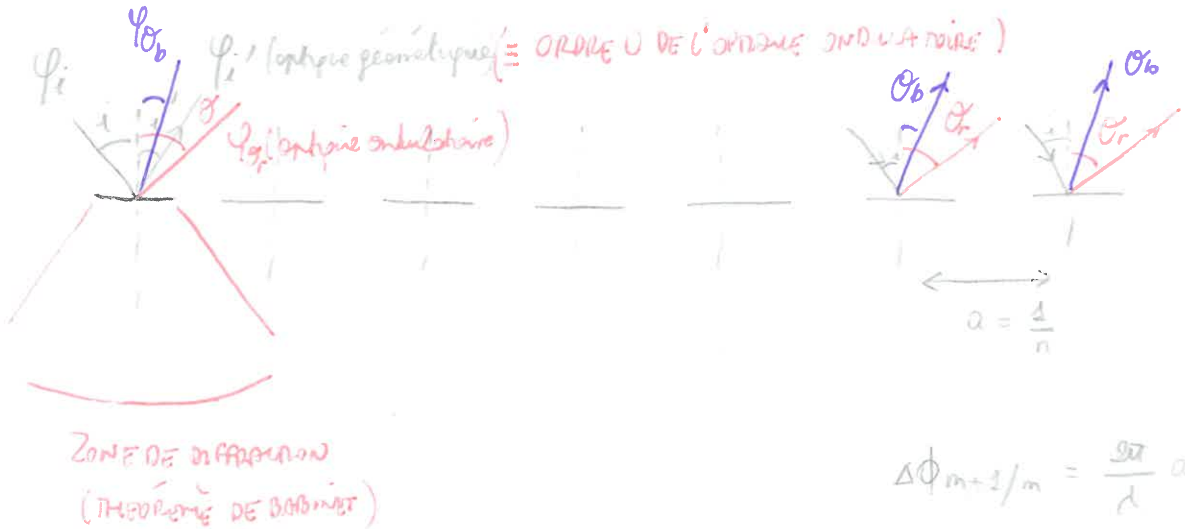
À LA PLACE



Rappel : d'après le théorème de Babinet : la même figure de diffraction est obtenue par une fente ou par un objet complémentaire à la fente EN DEHORS DE L'IMAGE GÉOMÉTRIQUE



Modèle plus simple :

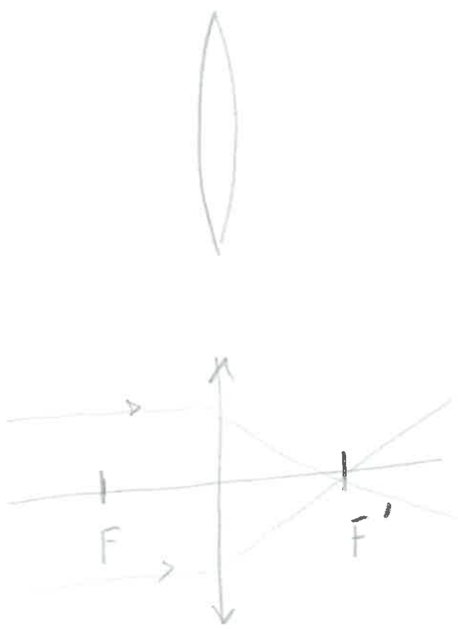


$$\Delta\phi_{m+1/m} = \frac{2\pi}{\lambda} a \left(\sin(i) - \sin(\theta)\right)$$

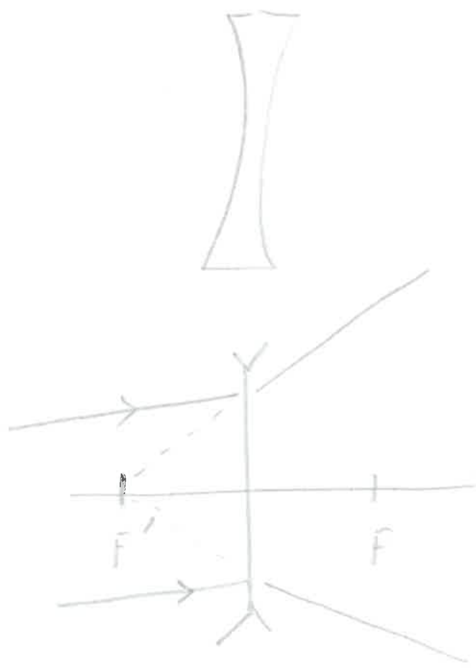
⚠⚠⚠ IL EST POSSIBLE DE MONTRER QUE LA DIRECTION DU RAYON RÉFLÉCHI PAR L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE (≡ DIRECTION DU RAYON D'ORDRE 0 DE L'OPTIQUE ONDULATOIRE) EST LA DIRECTION PRÉFÉRENTIELLE DES RAYONS DIFFRACTÉS !!!

NE PAS CONFONDRE LENTILLES CONVERGENTES ET LENTILLES DIVERGENTES

Lentilles convergentes :



Lentilles divergentes



CONTRAIREMENT À LA LENTILLE CONVERGENTE, LA POSITION DES FOYERS F ET F' SONT INVERSÉS DANS UNE LENTILLE DIVERGENTE !!!

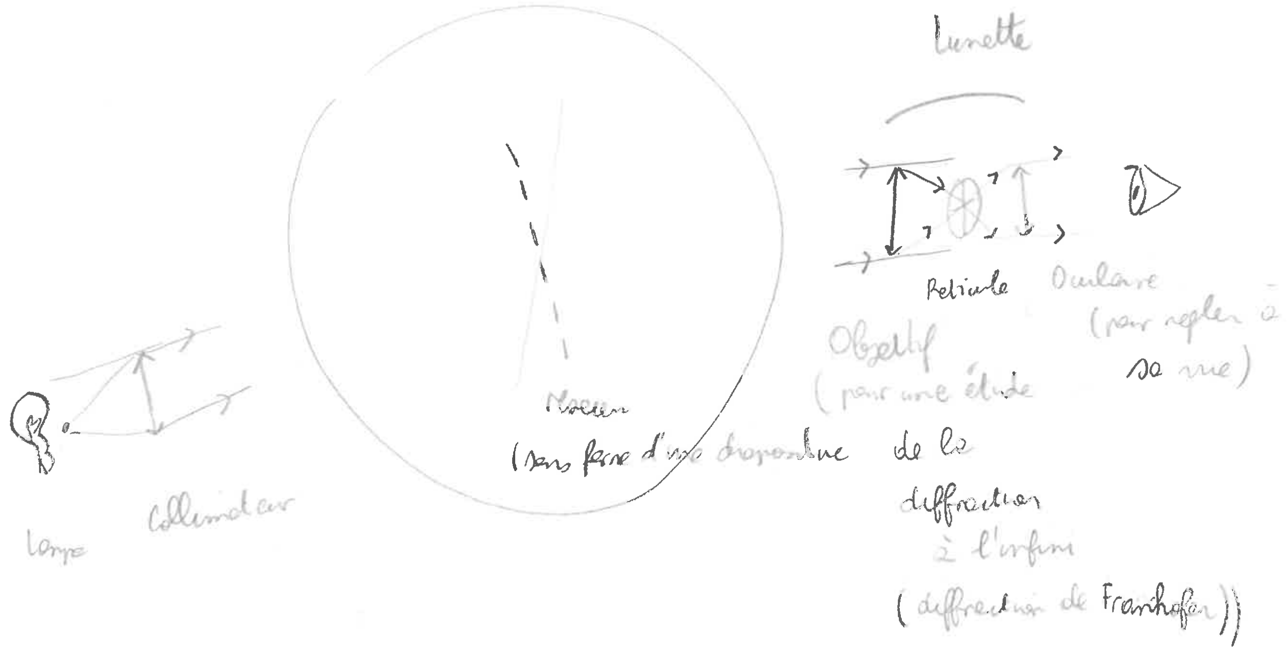
D'après [Elearning-Physique.com / Cours : réseaux de diffraction (3) - Minimum de déviation - intérêt]

Réseau au minimum de déviation

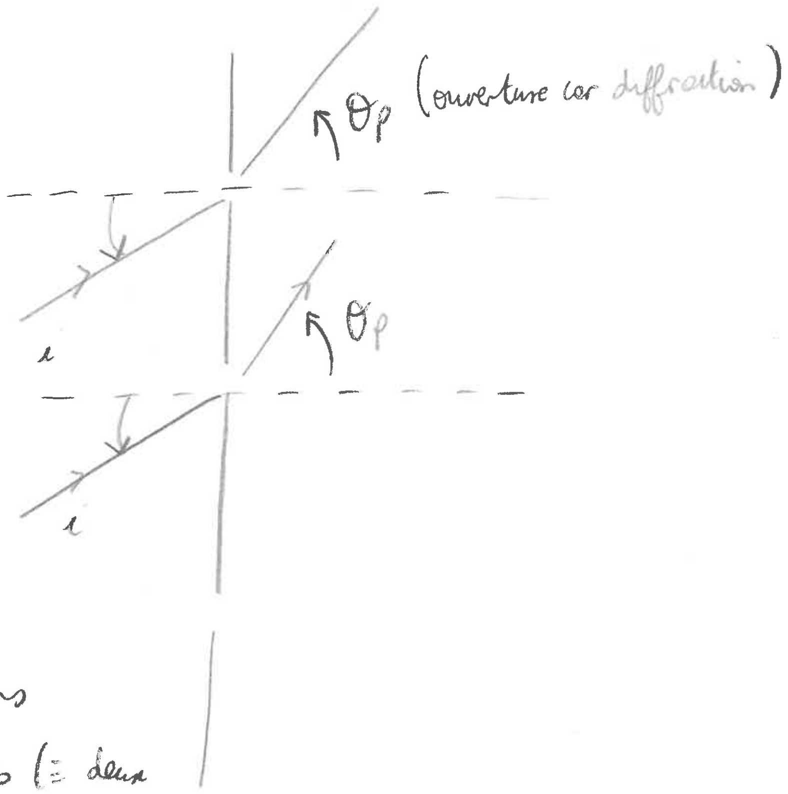
Permet de mesurer :

- le pas du réseau
- une longueur d'onde inconnue

A l'aide d'un goniomètre (appareil qui mesure très précisément les angles !!!)



⚠ ⚠ ⚠ LE RÉTICULE DOIT ÊTRE AU PLAN FOCAL OBJET DE L'OCULAIRE (POUR UN ŒIL EMMÉTROPE) ET AU PLAN FOCAL IMAGE DE L'OBJECTIF



Deux rayons homologues (= deux rayons qui passent par des motifs consécutifs) d'incidence i

Déviation : $D = \theta_p - i$

$D = 0$ lorsque $\theta_p = i$ (= lorsque le rayon diffracté n'est pas diffracté, c'est-à-dire qu'il continue en ligne droite comme le prévoit l'optique géométrique)

MINIMUM DE DÉVIATION = EXTREMUM DE DÉVIATION & ON ADMET (SANS PASSER PAR LA DÉRIVÉE SECONDE QU'IL S'AGIT D'UN MINIMUM DE DÉVIATION)

Minimum de déviation : D_{min} est obtenu lorsque $dD = 0$

$\Rightarrow dD = d\theta_p - di = 0$

En utilisant la formule du réseau (n interférences par front d'onde), on obtient :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \left(\sin(i) - \sin(\theta_p)\right)$$

Lorsque $\Delta\phi = p\,2\pi$ les interférences sont constructives (maximale) $\Rightarrow p\,2\pi = \frac{2\pi\, a}{\lambda}\left(\sin(i) - \sin(\theta_p)\right)$

$\Rightarrow p\frac{\lambda}{a} = \sin(\theta_p) - \sin(i)$ pour des interférences constructives

$\Rightarrow \sin(\theta_p) = \sin(i) + p\frac{\lambda}{a}$ pour des interférences constructives

p, λ, a sont fixés (conduisant à des différentielles nulles)

p : ordre d'interférence

$$d\left(\sin(\theta_p)\right) = d\left(\sin(i) + \frac{p\lambda}{a}\right)$$

$$\Rightarrow d\theta_p \cos\theta_p = d_i \cos(i)$$

$$\boxed{\Rightarrow d\theta_p = \frac{\cos(i)}{\cos(\theta_p)} d_i}$$

Puis en injectant ce résultat dans dD :

$$dD = d\theta_p - d_i = 0$$

$$\Rightarrow dD = \frac{\cos(i)}{\cos(\theta_p)} d_i - d_i = 0$$

$$\Rightarrow dD = \left(\frac{\cos(i)}{\cos(\theta_p)} - 1\right) d_i = 0$$

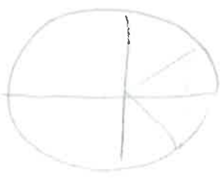
$$\Rightarrow \frac{dD}{di} = \frac{\cos(i)}{\cos(\theta_p)} - 1 = 0$$

$\Rightarrow \frac{dD}{di} = 0$ lorsque $\frac{\cos(i)}{\cos(\theta_p)} = 1$ (On cherche une condition nécessaire d'un extremum)

$\Rightarrow \frac{dD}{di} = 0$ si $i = \theta_p$ ou si $i = -\theta_p$

$i = \theta_p \rightarrow D = 0$ (optique géométrique ...)

$i = -\theta_p \rightarrow$ Solution d'intérêt



⚠ ⚠ ⚠ ON SE PLACE TRÈS SOUVENT AUX INTERFÉRENCES CONSTRUCTIVES ($\Delta\phi = p\,2\pi$) CAR C'EST LES RAIES QUE L'ON APERÇOIT SUR L'ÉCRAN ET DONC QUE L'ON EST CAPABLE DE MESURER EXPÉRIMENTALEMENT!!!

Puis en utilisant la solution obtenue pour obtenir D_{min} (telle que $dD = 0$ lorsque $D = D_{min}$)

$$\Rightarrow D = \theta_p - i = 2\theta_p = -2i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i = -\dfrac{D_{min}}{2} \\ \theta_p = \dfrac{D_m}{2} \end{cases}$$

EN INJECTANT CETTE RELATION DANS LA FORMULE DES RÉSEAUX, CELA PERMET DE FAIRE LE LIEN ENTRE D_{min}, λ ET a (TRÈS UTILE EXPÉRIMENTALEMENT)

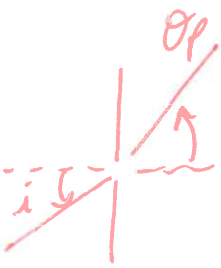
$$\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = -\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) + \frac{p\lambda}{a}$$

$$\boxed{\Rightarrow 2\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = \frac{p\lambda}{a}}$$

PERMET DONC EN CONNAISSANT D_m ET EN FAISANT QUELQUES MESURES (UTILISER 2 ORDRES $p = +1$ ET -1)

- DE MESURER LE PAS DU RÉSEAU $n = \dfrac{1}{a}$

MÊME SI SON NOM PORTE À CONFUSION, UN ANGLE MINIMAL DE DÉVIATION CORRESPOND À L'ANGLE DE DIFFRACTION θ_p MAXIMAL POUR UN ORDRE DONNÉ !!!



L'ordre 0 correspond à la lunette en fonction du collimateur

QUELQUE SOIT L'ANGLE α DU RÉSEAU PAR RA

Le plan du réseau est un plan de symétrie (plan bissecteur) de i et de θ_p

Donné $p = -1$