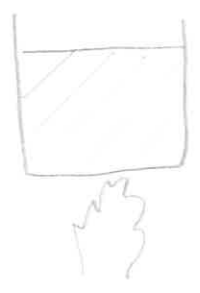


# Premier Principe de la Thermodynamique



Approche par état microscopique ne peut englober la pertinence d'élévation de Température

Toujours à montrer l'équivalence entre travail mécanique et chaleur



Faiblement adouyé  
Brossage du liquide par les pales produit une élévation de Température

1) Postuler l'existence d'une fonction d'état qui dépend de paramètres thermodynamiques et on renonce à décrire cette fonction à l'état microscopique

$$U(m, T, V)$$

Application du PFD à l'état microscopique

1er Principe de la Thermodynamique (Bilan d'énergie)

$$\left( \sum_i E_{c,i} + \sum_j E_{p,j} \right)$$

$$\Delta(U + E_{c|macro} + E_{p|macro}) = W + Q$$

Energie interne

Transfert thermique (ou chaleur)  
> 0 (le système reçoit de l'énergie)  
(convention du portefeuille)

Energie cinétique des constituants du système dans le référentiel barycentrique  
Interactions des constituants entre eux

Mouvements d'ensemble du système  
(= Mouvements du centre de masse)

(DANS LE CAS D'UN SYSTÈME ISOLÉ (≡ QUI N'ÉCHANGE PAS D'ÉNERGIE AVEC L'EXTÉRIEUR)  $E_{p|macro} = 0$ )

$W$  et  $Q$  ne sortent pas des fonctions d'état  $\Rightarrow$  le système ne possède pas du travail et de la chaleur

(le travail et la chaleur sort des énergies écoulées)

⚠ ⚠ ⚠ FAUTES GRAVES D'ÉCRITURE À NE PAS FAIRE :

~~$U = W + Q$~~

~~$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$~~

Version intégrale (ou intégrée du Premier Principe)

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta u = W + Q$$

Version microscopique du Premier Principe (VARIATIONS INFINITESIMALES D'ÉNERGIE)

$$dE_c + dE_p + du = \delta W + \delta Q$$

differentielle  
(petite variation  
d'une fonction  
d'état)

Transfert élémentaire

⚠ ⚠ ⚠ AUTRE ERREURS D'ÉCRITURE :  ~~$dW$~~  ou  ~~$dQ$~~

BILAN D'ÉNERGIE : TRAVAIL EN JOULE

TRÈS UTILE POUR LES GAZ PARFAITS

Dans le cas d'un gaz parfait

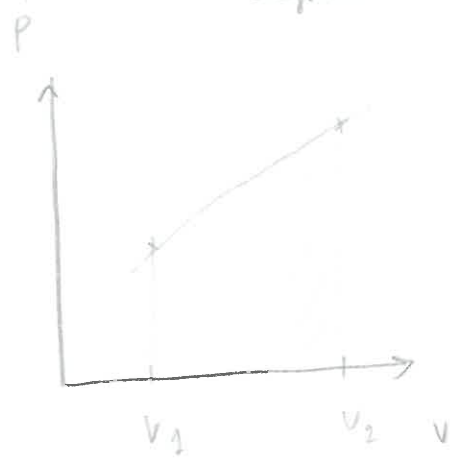
$$PV = nRT$$

Par une transformation quasi-statique (ou réversible) le travail d'un gaz parfait est uniquement :

$$\delta W = P_{ext} dV = - P_{int} dV$$

$$\Rightarrow W = - \int_{ext} P dV$$

Diagramme de Clapeyron



1<sup>ère</sup> loi de Joule. L'énergie interne (et non sa variation) d'un gaz parfait ne dépend que de sa Température

$$U = c_v dT \quad (\text{ou } n c_{v,n} dT)$$

Avec le coefficient de Laplace  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  et la relation de Mayer:  $C_p = C_v + R$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} T \quad (\text{ou } c_{v,n} = \frac{n R T}{\gamma - 1})$$

$$\Rightarrow U = n \frac{R}{\gamma - 1} T \quad \text{Cas particuliers: } \gamma = \frac{5}{2} \Rightarrow C_v = \frac{3}{2} R \text{ et } U = \frac{3}{2} nRT \quad (\text{gaz monoatomique})$$

D'après le Premier Principe de la Thermodynamique pour un gaz parfait

$$(dE_c + dE_p) du = \delta W + \delta Q = - P dV + \delta Q$$

$$\gamma = \frac{7}{2} \Rightarrow C_v = \frac{5}{2} R \text{ et } U = \frac{5}{2} nRT \quad (\text{gaz diatomique})$$

De plus  $PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$

$$\Rightarrow \delta W = - \frac{nRT}{V} dV \quad (\text{UNIQUEMENT VARIABLE POUR UNE TRANSFORMATION REVERSIBLE (T NE VAIT PAS VARIER)})$$

$$\Rightarrow W = \int \delta W = nRT [\ln V]_{V_1}^{V_2} = nRT (\ln(V_1) - \ln(V_2)) = nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$U = \frac{nRT}{\gamma - 1} \Rightarrow dU = \frac{d(nRT)}{\gamma - 1} + \frac{nR dT}{\gamma - 1}$$

Pour un gaz parfait :

$$du = \frac{nR dT}{\gamma - 1}$$

$$du = \delta W + \delta Q = - \frac{nRT dV}{V} + \delta Q_{\text{ech}}$$

$$\Rightarrow \delta Q_{\text{ech}} = du - \delta W = \frac{nR}{\gamma - 1} dT + nRT \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \left( Q_{\text{ech}} = \int_{\text{①}}^{\text{②}} \frac{nR}{\gamma - 1} dT + \int_{\text{①}}^{\text{②}} nRT \frac{dV}{V} \right)$$

Plus généralement pour tout les fluide :

$$\Rightarrow \delta Q_{\text{ech}} = nC_v dT + n \ell dV$$

$$\text{avec } nC_v = n \left( \frac{R}{\gamma - 1} \right) \text{ et } n\ell = n \left( \frac{RT}{V} \right)$$

$$= \left( \frac{\partial Q_{\text{ech}}}{\partial T} \right)_V = n \left( \frac{\partial Q_{\text{ech}}}{\partial V} \right)_T$$

$$\Rightarrow \delta Q_{\text{ech}} = \left( \frac{\partial Q_{\text{ech}}}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial Q_{\text{ech}}}{\partial V} \right)_T dV$$

(Transformation de De Rader appliquée à la chaleur échangée (uniquement))

Définition de l'enthalpie  $H$  : INTÉGRÉ ETUDIÉ LES FONCTIONS ISOBARES  
 CAR ON ANNULE LE TERME  $-P \delta V$   
 DANS LE BILAN D'ENTHALPIE (ou  
 PREMIER PRINCIPLE)

$$H = U + PV$$

$$\Rightarrow dH = dU + P dV + V dP$$

1er Principe de la Thermodynamique :

$$(dE_c + dE_p) dU = \delta Q + \delta W$$

$$\Rightarrow dU = \delta Q - P_{ext} dV + \delta W_{autres}$$

$$\Rightarrow dH = dU + P dV + V dP$$

$$\Rightarrow dH = \delta Q - P_{ext} dV + P_{ext} dV + V dP + \delta W_{autres}$$

$$\Rightarrow dH = \delta Q + V dP + \delta W_{autres}$$

Pour un Gaz Parfait (Plus GÉNÉRALISATION aux fluides),  
 Terme supprimé nul ( $= 0$ )

De plus, d'après la Seconde loi de Joule - la variation d'enthalpie pour un gaz parfait ne dépend que de sa Température

$$dH = n C_p dT$$

$$\Rightarrow \delta Q = dH - V dP$$

$$= n C_p dT - n R T \frac{dP}{P}$$

$$= n C_p dT - \frac{n R T}{P} dP$$

Généralisation à tout type de fluide : coefficients calorimétriques

$$\delta Q_{ech} = n c_p dT + n k dP$$

$$\equiv \delta Q_{ech} = \left( \frac{\partial Q_{ech}}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial Q_{ech}}{\partial P} \right) dP$$

(relation proche des formules, de De Dander donne les différentiels totales de  $u, H, \dots$ )

Transformations isothermes :

1) Transformation isobare :  $P = \text{constante} \Rightarrow dP = 0$

$$\begin{cases} \delta Q_{\text{ext}} = n c_p dT \\ dH = \delta Q_{\text{ext}} + \delta W_{\text{autres}} \end{cases}$$

Diagramme de Clapeyron  
(pour un gaz parfait)



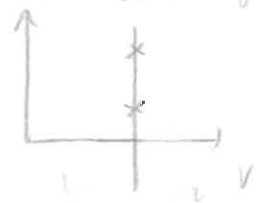
$$W = \int_1^2 -\delta W = -P(V_2 - V_1) = P(V_1 - V_2)$$

$$\Delta U = Q_{\text{ext}} + P(V_1 - V_2)$$

2) Transformation isochore :  $V = \text{constante} \Rightarrow dV = 0$

$$\begin{cases} \delta W = 0 \quad (\text{car } dV = 0) \Rightarrow \delta Q_{\text{ext}} = n c_v dT \\ dU = \delta Q_{\text{ext}} = n c_v dT \end{cases}$$

Diagramme de Clapeyron  
(pour un gaz parfait)



$$W = \int -\delta W = 0$$

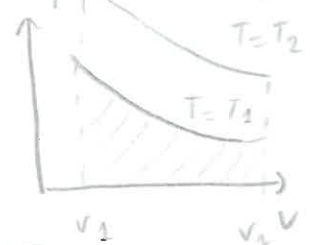
$$\Delta U = Q_{\text{ext}}$$

3) Transformation isotherme :  $T = \text{constante} \Rightarrow dT = 0$

$$\delta Q_{\text{ext}} = n k dV = n k dP$$

$$dU = \delta Q_{\text{ext}} + \delta W$$

Diagramme de Clapeyron  
(pour un gaz parfait)



$P = \frac{nRT}{V} \rightarrow$  ressemblance d'hyperboles qui ne se coupent pas

$$W = \int_1^2 -P dV = - \int_1^2 nRT \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$



Pour un gaz parfait

$$\delta W = \delta W_{\text{pression}} = -P_{\text{ext}} dV$$

GAZ PARFAIT

$$\Delta U = W + Q_{\text{ext}} \Rightarrow W = -Q_{\text{ext}} \quad (\text{car } T = \text{const.})$$

4) Transformation entropique  
 $S = \text{constante}$   
 $dS = 0$

(ISOTHERME REVERSIBLE)  $\left\{ \begin{array}{l} dS_{\text{total}} = 0 \\ \delta Q_{\text{ext}} = 0 \\ (T dS_{\text{ext}}) \end{array} \right. \Leftrightarrow$  ADIABATIQUE REVERSIBLE  
 $(\delta Q_{\text{ext}} = 0)$

D'après le Second Principe de la Thermodynamique

$$\begin{aligned} dS_{\text{total}} &= dS_{\text{int}} + dS_{\text{ext}} \\ &= \delta Q_{\text{int}} + \delta Q_{\text{ext}} \\ &= -\Delta_r G_s d\xi + \delta Q_{\text{ext}} \end{aligned}$$

Pour une transformation entropique

$$T dS = 0 \Rightarrow \delta Q_{\text{int}} = -\delta Q_{\text{ext}}$$

Pour une transformation entropique réversible

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T dS_{\text{total}} = 0 \\ \delta Q_{\text{int}} = 0 \\ \delta Q_{\text{ext}} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \delta Q_{\text{int}} = 0$$

Ainsi, pour une transformation entropique réversible

$$dU = \delta W = -P dV + \delta W_{\text{autres}}$$

Pour un gaz parfait

$$dU = n c_v dT = \underbrace{\delta Q_{\text{ext}} - P dV}_{\substack{\text{Transformation entropique} \\ \text{réversible}}} + \underbrace{\delta W_{\text{autres}}}_{\substack{\text{pour un gaz parfait} \\ \text{travail}}}$$

$$\Rightarrow n c_v dT + P dV = 0$$

En appliquant la loi des gaz parfaits :  $PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow dT = \frac{P dV + V dP}{nR}$

$$\Rightarrow n c_v \frac{P dV + V dP}{nR} + P dV = 0$$

$$PV^\gamma = \text{constante}$$

$$\Rightarrow P = \frac{C_{\text{const}}}{V^\gamma}$$

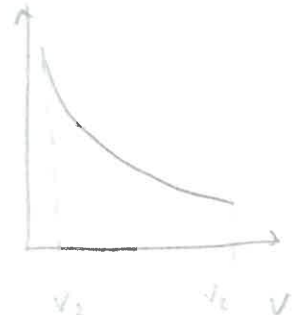
(plus facile qu'une autre)

$$\Rightarrow \delta W = \int nRT \frac{dV}{V^\gamma}$$

$$W = -\frac{nRT}{\alpha} \left[ V^{-\alpha+1} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$\Delta U = \underbrace{0}_{\text{Transformation entropique réversible}} = P_{\text{ext}} dV$$

0 (Transformation entropique réversible)  
 $T_{\text{int}} = T_{\text{ext}} = T$   
 $T dS_{\text{int}} = T dS_{\text{ext}} = 0$   
 Transformation adiabatique réversible  
 $(\delta Q_{\text{ext}} = 0)$



$$\Rightarrow \frac{C_v}{R} P dV + \frac{C_v}{R} V dP + P dV = 0$$

$$\Rightarrow \left( \frac{C_v}{R} + 1 \right) P dV + \frac{C_v}{R} V dP = 0$$

En utilisant la relation de Mayer:

$$C_p = C_v + R$$

$$\Rightarrow \frac{C_v}{R} + 1 = \frac{C_v + R}{R} = \frac{C_p}{R}$$

$$\Rightarrow C_p P dV + C_v V dP = 0$$

De plus, en notant  $\gamma$  le rapport  $\frac{C_p}{C_v}$ :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow \gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

$$\Rightarrow \int \gamma \frac{dV}{V} + \int \frac{dP}{P} = \text{constante}$$

$$\Rightarrow \gamma \ln V + \ln P = \text{constante}$$

$$\Rightarrow \ln(PV^\gamma) = \text{constante}$$

$$\Rightarrow \boxed{PV^\gamma = \text{constante}_2} \quad (\text{loi de Laplace})$$

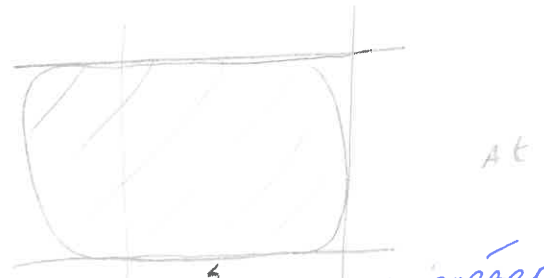
$$\left( \begin{array}{l} TV^{\gamma-1} = \text{constante}_3 \\ T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{constante}_4 \end{array} \right)$$

1er principe de la thermodynamique interne (systèmes ouverts)

$$dE_c + dE_p + du = \delta Q_{\text{ext}} + \delta W = \delta Q_{\text{ext}} - PdV + \delta W_{\text{autres}}$$

$$\Rightarrow dE_c + dE_p + du + PdV + VdP = \delta Q_{\text{ext}} + VdP + \delta W_{\text{autres}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{dE_c + dE_p + dH}_{\text{Terme de gauche}} = \delta Q_{\text{ext}} + VdP + \delta W_{\text{autres}}$$



Application du bilan énergétique en système ouvert

(terme de gauche uniquement)



IL S'AGIT D'UN BILAN MACROSCOPIQUE  
VARIABLES MICROSCOPIQUES

⚠️ ⚠️ ⚠️ BILAN SANS LES DIFFÉRENCIABLES AU DÉPART  
(PAS VARIABLE AVEC δQ, δW au DÉPART CAR PAS VARIATIONnelles - servant introduites PAR LA SUITE !!)  
LE MÊME LIEN AVEC LES DÉBIT FAIT LE LIEN AVEC DES

$$(E_c(t) + E_p(t) + H(t))_{\xi} = (E_c(t) + E_p(t) + H(t))_{\xi} + d(E_c + E_p + H)_{\text{entrée A t}}$$



$$\left( (E_c(t+dt) + E_p(t+dt) + H(t+dt)) \right)_{\xi} + d(E_c + E_p + H)_{\text{entrée à t+dt}}$$

$$\Rightarrow \frac{d(E_c + E_p + H)}{dt} \Big|_{\xi} = \underbrace{\frac{d(E_c + E_p + H)}{dt} \Big|_{\varphi}}_{\text{TERME SOURCE}} + \underbrace{\frac{\delta(E_c + E_p + H)}{dt} \Big|_{\text{entrée}} - \frac{\delta(E_c + E_p + H)}{dt} \Big|_{\text{sortie}}}_{\text{Écoulement unitaire}}$$

Ce terme est souvent nul, on se place généralement en régime stationnaire (par ex. le réacteur chimique, ...)

$$\cancel{\delta Q_{\text{ext}}} + VdP + \cancel{\delta W_{\text{autres}}}$$

Débit molaire

$$D_{\text{entrée}}(E_c + E_p + H) - D_{\text{sortie}}(E_c + E_p + H)$$

|| Écoulement unitaire

$$(e_c + e_p + h_e) v_e \rho_e - (e_c + e_p + h_s) v_s \rho_s$$

IL S'AGIT D'UN BILAN MACROSCOPIQUE LES SYSTÈMES OUVERTS MÊME SI LE DÉBIT FAIT LE LIEN AVEC LES VARIABLES MICROSCOPIQUES !!

$$D_{m_e} \frac{(e_c + e_p + h_e)}{\rho_e} - D_{m_s} \frac{(e_c + e_p + h_s)}{\rho_s} = D_{m_e} \left( \frac{1}{2} v_e^2 + g z_e + \frac{h_e}{\rho_e} \right) - D_{m_s} \left( \frac{1}{2} v_s^2 + g z_s + \frac{h_s}{\rho_s} \right)$$

$$\Rightarrow Q_{\text{ech}} + (\text{VAP}) + Q_{\text{autres}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Débit thermique}}}{D_{mS}} \left( \frac{h_c}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + g z_s \right) - D_{mE} \left( \frac{h_e}{\rho} + \frac{v_e^2}{2} + g z_e \right)$$

EN INTRODUISANT CE TERME À DROITE  
LA FORMULE DE BERNOULLI AVEC CHARGES  
EST RETROUVÉE

Équation de la chaleur

A partir du Premier Principe de Thermodynamique

$$(dE_c + dE_p) du = \delta Q_{ech} + \delta W$$

⚠ ⚠ ⚠  
 OU POUR UNE PHASE CONDENSÉE  $dV=0$   
 $\Rightarrow \delta W = 0 \Rightarrow du = \delta Q_{ech} !!!$

$-P dV$  (Seul travail pour un gaz parfait)

$$\Rightarrow u = \int n c_v dT + (nE - P) dV = n c_v T + (nE - P) V$$

et d'après la première loi de Joule : pour un gaz parfait l'énergie interne ne dépend que de la Température

$$du = n c_v dT$$

$$\Rightarrow u = \int n c_v dT = n c_v T$$

Volume élémentaire  $dV$

⚠ ⚠ ⚠ IL S'AGIT DE FAIRE UN BILAN SUR CHAQUE SURFACE  
 CAR IL YA DEUX VARIABLES  $(x, t)$  ( $\Rightarrow$  SUR LA SURFACE EN POSITION  $x$  à un instant)

⚠ ⚠ ⚠ FONCTIONS DE DEUX VARIABLES OBLIGATOIREMENT !!!  
 - Bilan temporel : (MACROSCOPIQUE)  
 - Bilan spatial : (MICROSCOPIQUE)

MACROSCOPIQUE  
 ÉNERGIE INTERNE

$$u(t, x) = \rho(x) \int_V q(t, x) dy dz$$

$$u(t+dt, x) = \rho(x) \int_V q(t+dt, x) dy dz$$

Énergie interne qui traverse la surface à  $t$  (c'est pour cela qu'il y a le  $x$ !!!)

$$u(t+dt, x) - u(t, x) = \frac{\partial q}{\partial t} dt dy dz$$

$$- \int q(t, x) dy dz$$

- Bilan spatial

$$u(t, x) = \sum_{sources} + u_s(t, x) = D_{me} \rho c \frac{du}{dt} + u_s(t, x)$$

$$u(t, x+dx) = u_s(t, x+dx) - \sum_{sources} = u_s(t, x+dx) - D_{ms} \rho c \frac{du}{dt}$$

$$\Rightarrow u(t, x+dx) - u(t, x) = \frac{\partial u_s}{\partial x} dx = \frac{\partial u_{interne}}{\partial x} dx + \left( \int q(t, x) dy dz - \int q(t, x+dx) dy dz \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u_s}{\partial x} = \frac{\partial (u_{source au point})}{\partial x} - \frac{\partial \int q dy dz}{\partial x}$$

TERME S SOURCES ou PERTE DE LA PARTIE VOLUMIQUE D'INTERNE (supposé que dans un volume  $dV$ )

Équations de bilan spatiaux et temporels:

$$dU = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial x} dx}_{u(t, x+dx) - u(x, t)} + \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t} dt}_{u(t+dt, x) - u(t, x)} = 0 \quad (\text{à l'état d'équilibre})$$

$$\Rightarrow u(t, x+dx) - u(x, t) = \theta (u(t+dt, x) - u(t, x))$$

$$\Rightarrow -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_q dt dy dz = -\frac{\partial q}{\partial t} dy dz dt$$

$$\Rightarrow +\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_q = +\frac{\partial q}{\partial t}$$

De plus, d'après la loi de Fourier:  $\vec{j}_q = -\lambda \vec{\nabla}(T)$

$$\Rightarrow -\vec{\nabla}(\lambda \vec{\nabla}(T)) = \frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\Rightarrow -\underbrace{\vec{\nabla}(\lambda)}_{=0} \vec{\nabla}(T) - \lambda \underbrace{\vec{\nabla}^2(T)}_{\Delta(T) \text{ (sans valeur } \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T \text{ non défini)}} = \frac{\partial q}{\partial t}$$

$$\Rightarrow -\lambda \Delta T = \frac{\partial q}{\partial t}$$

En appliquant le premier principe de la Thermodynamique:

$$\Rightarrow -\lambda \Delta T = \frac{\rho}{M_2} c_v \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$n = \frac{\rho}{M_2}$$

$$\Rightarrow \frac{c_v}{v} = \frac{n}{v} \cdot \frac{1}{M_2} = \frac{\rho}{M_2}$$

Très utiles cf leur sur le phénomène de Transport

ou

[ Youtube / Elearning - Physique.org / Cours - Diffusion Thermique (1):  
l'équation de diffusion et le bilan thermique ]