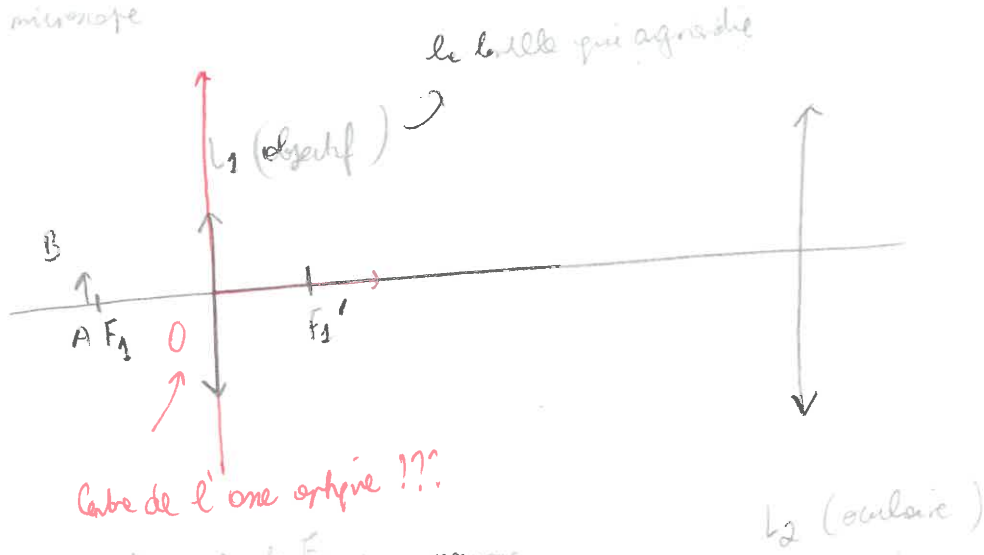


Microscope :

Construire un microscope



VALEURS POSSIBLES
POUR UN MODÈLE :

$$f_1' = 5 \text{ cm}$$

$$f_2' = 10 \text{ cm}$$

$$O_1 O_2 = 45 \text{ cm}$$

$$|Y| = \frac{30}{5} = 6$$

$$g =$$

L'objet AB est placé très proche de \$F_1\$ pour pouvoir l'agrandir au maximum

La vergence de la lentille \$L_1\$ doit donc assurer un très grand agrandissement tout en donnant une image \$A_1 B_1\$ compatible avec la taille du microscope

$$\frac{1}{O_1 F_1'} = C \leftarrow \text{vergence à dioptrie (m}^{-1}\text{)}$$

!!! IL S'AGIT DU GRANDISSEMENT (ET NON DU GROSSISSEMENT) DE L'OBJETIF

$$Y_1 = \frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{O_2 A_1}{O_1 A} \quad \text{et} \quad \frac{1}{O_2 A_1} - \frac{1}{O_1 A} = \frac{1}{O_1 F_1'}$$

$$\Rightarrow Y_1 = O_2 A_1 \times \left(\frac{1}{O_2 A_1} - \frac{1}{O_1 F_1'} \right) = 1 - \frac{O_2 A_1}{O_1 F_1'}$$

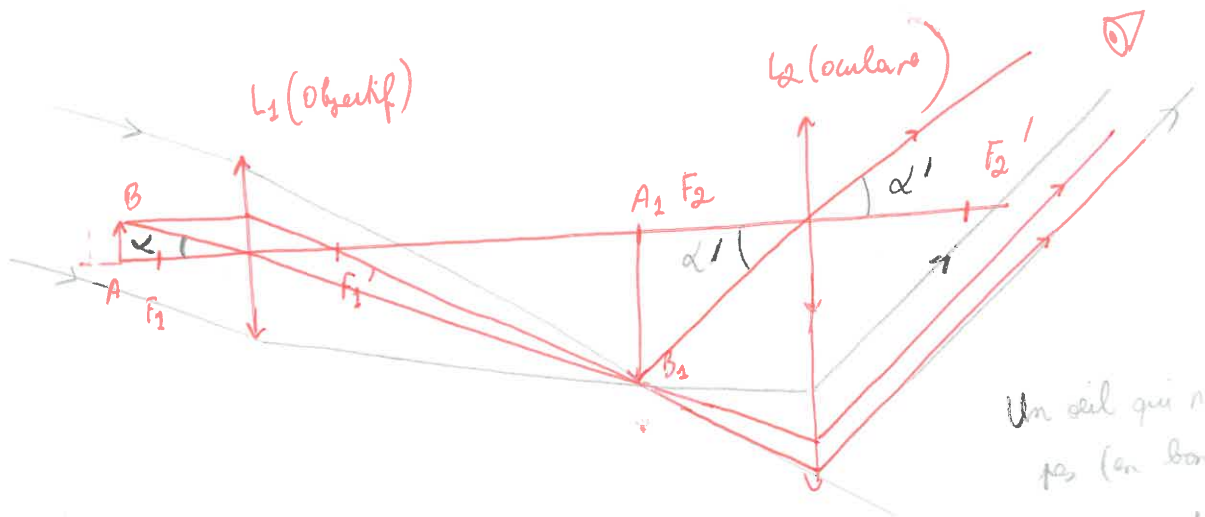
De plus en plaçant \$F_2\$ sur \$A_1\$ (pour que l'image de la deuxième lentille soit rejetée à l'infini) :

$$\Rightarrow Y_1 = 1 - \frac{O_2 F_2}{O_2 F_1'} = \frac{O_2 F_1' - O_2 F_2}{O_2 F_1'} = \frac{F_2 F_1'}{O_2 F_1'} = \frac{-\Delta}{O_2 F_1'} = \frac{-\Delta}{f_1'}$$

Grossissement :

le rapport entre l'angle auquel est vu l'image à la sortie du système optique
par rapport à l'angle auquel est vu l'objet sans le système optique

= rapport d'angle de sortie du système optique sur un angle de référence sans le système optique



Un œil qui n'accomode pas (ou bonne santé) a son point de vision à l'infini

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

$$G = \frac{\arctan\left(\frac{A_1 B_1}{F_2 O}\right)}{\arctan\left(\frac{AB}{OA}\right)}$$

$$\approx \frac{\frac{A_1 B_1}{F_2 O}}{\frac{AB}{OA}} = \underbrace{\left(\frac{A_1 B_1}{AB}\right)}_{|\gamma|} \times \frac{OA}{F_2 O}$$

- $OA = OF_2 = OF_2'$

$$G = |\gamma| \frac{OA}{f_2}$$

$OA = d$: distance minimale de vision de l'œil ($\approx 10\text{cm}$)
mais cette distance (appelée *punctum proximum*) diminue avec l'âge
 \Rightarrow le d pour les appareils commerciaux est souvent fixé à 25cm
ou $\frac{1}{4}\text{m}$

$$\Rightarrow G = |\gamma| \times \frac{1}{4 f_2}$$

EVALUÉ GRÂCE AUX MESURES SUR UN

CRISTALLIN (EN MESURANT LES DIMENSIONS DU CRISTALLIN)

Références pour construire un microscope :

[alutin.free.fr/.../Pt-14_Microscope]

[www.univ-lyon1.fr/~dorothee/pdf/plateau_kunde/pdf/27735/]

ANIMATION DE TEST :

Figurés Animés Par la Physique (UNIVERSITÉ DE NANTES)



DANS L'ANIMATION, LA DISTANCE FOCALE EN ROUGE
ET LA DISTANCE POUR TOUT LE SYSTÈME (À NE
PAS CHANGER !!!)

Résolution typique d'un microscope électronique $\approx 200 \text{ nm}$

Microscopie à contraste de phase :

Même phase (sans particule)

S

raye incident: $E = E_0 e^{j(\omega t - k_z z)} = E_0 e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} z)}$

Diffraction toujours présente (théorie de Bohr) et veut limiter la taille de M (longue observable)



$E = \alpha E_0 e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n_0 z - \phi_0)}$

Phase introduit par l'épaisseur de l'échantillon

SIMILAIRE À DES INTERFÉRENCES PAR DIVISION DU FRONT D'ONDE

Soins cohérents temporellement (monochromatique)

Soins cohérents spatialement

AVEL

L'une des deux ondes à une différence de marche ADDITIONNELLE due à l'échantillon

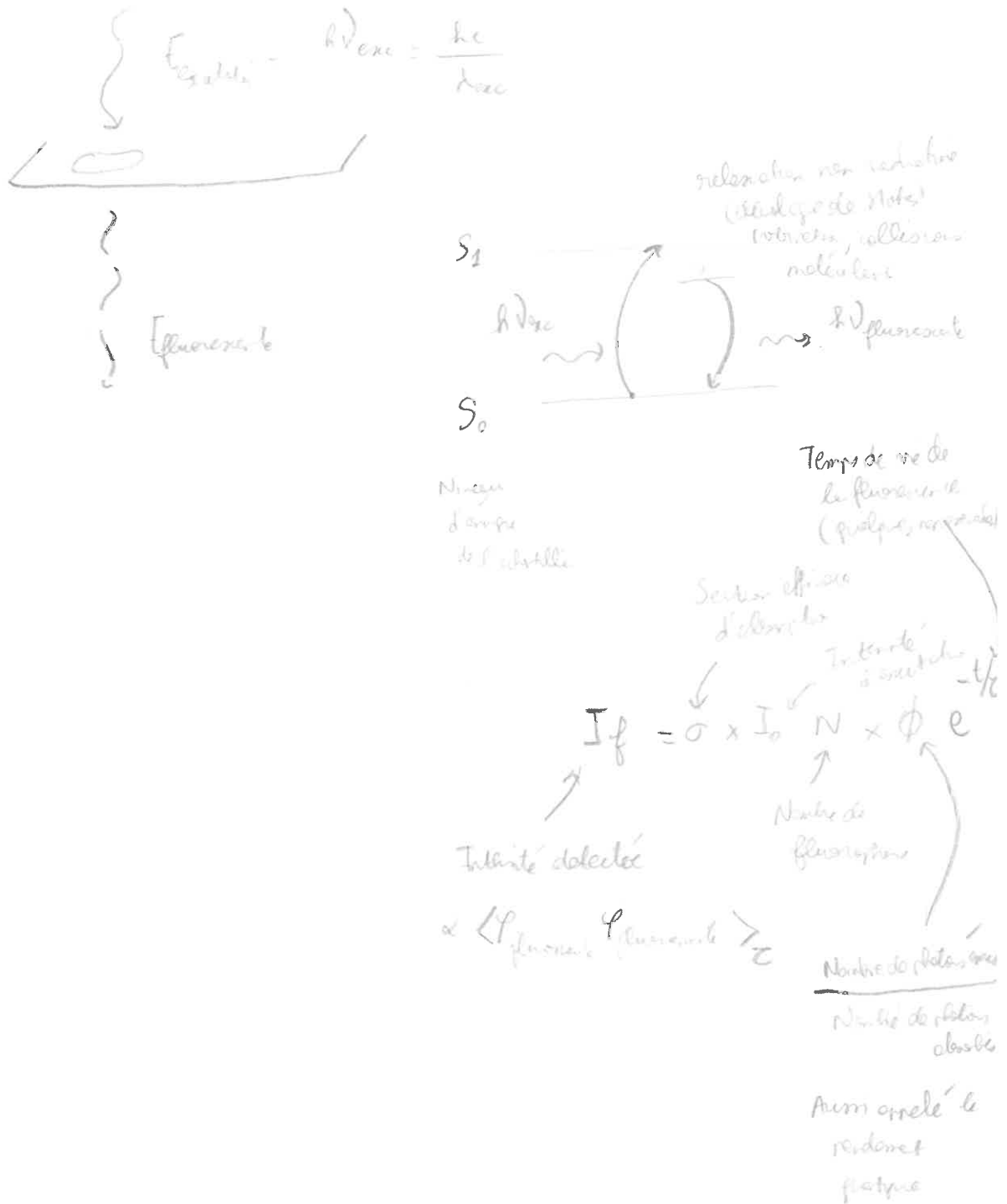
Phénomène d'interférence : $I_{TOT} \propto \langle (E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*) \rangle_T$

A REDOUBLER PROPREMENT

$I_{TOT} \propto E_0^2 + \alpha^2 E_0^2 + 2 E_0 \alpha E_0 \cos(\phi_0)$

Miroscopie à fluorescence

Très forte résolution -> permet de visualiser par exemple la machine moléculaire

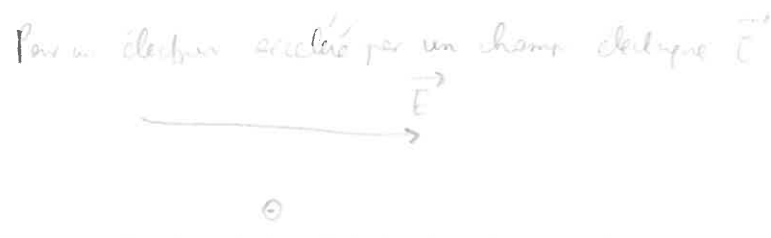


→ Amélioration de la résolution grâce à la microscopie à fluorescence

Miroirage électronique

Selon la mécanique quantique, les électrons ont une nature ondulatoire (de Broglie)

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$



(Avec la mécanique : Production d'électrons PAR CHAMBRAGE (ou EFFET COMPTON) puis les électrons sont accélérés PAR une HAUTE TENSION)

$$\sum \vec{T}_{ext} = m \frac{d\vec{v}_e}{dt}$$

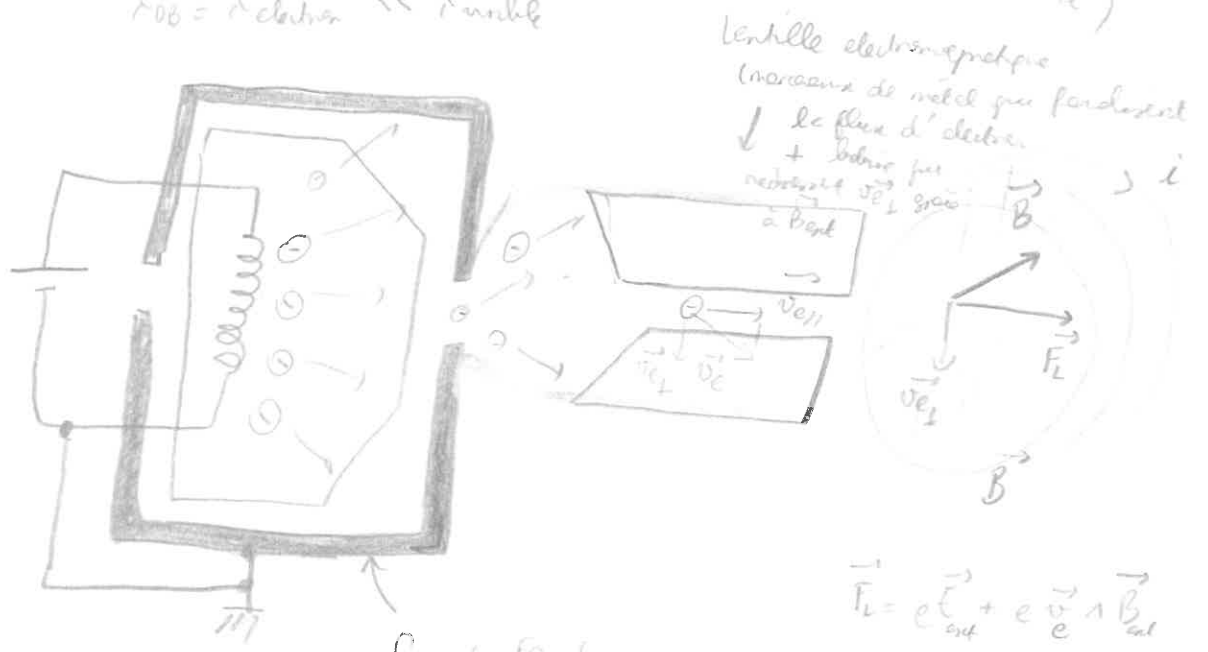
$-e\vec{v} + m_e \vec{g}$ = $m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt}$ (modèle de Drué aboutissant à la formule de la constante microscopique)

$\Rightarrow +e\vec{v} d\vec{r} = -m_e \int \frac{d\vec{v}_e}{dt} d\vec{r} = -m_e \vec{v}_e d\vec{r}$

$\Rightarrow +eV = +m_e \int v_e dv_e = m_e \frac{v_e^2}{2} = \frac{p_e^2}{2m_e} \quad (2)$

(2) dans (1) $\Rightarrow \lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e V}}$

Avec $V = 100 \text{ kV} \Rightarrow \lambda_{DB} \sim 0,004 \text{ nm} \ll 200 \text{ nm}$ (lentilles de miroirages à lumière)
 $\lambda_{DB} = \lambda_{\text{électron}} \ll \lambda_{\text{visible}}$



Lentille électromagnétique (craquelés de métal qui focalisent le flux d'électrons)

Cage de Faraday qui fait venir les électrons par un effet

$$\vec{F}_L = e\vec{E}_{ext} + e\vec{v} \wedge \vec{B}_{ext}$$

La bobine ayant aussi de l'impact à l'électron et donc agissant sur sa vitesse

Interaction avec l'échantillon

- les électrons traversent (Microscopie Electronique à transmission) (images très haute résolution de l'échantillon préparé)
- les électrons sont déviés par diffusion de choc (base de la diffraction) (contraste structural)
- les électrons sont arrêtés de la surface de l'échantillon à l'échelle (on les appelle les électrons secondaires et ils sont étudiés avec la microscopie électronique à balayage (SEM) (Image 3D, excellente topographie de surface)



VIDE OBLIGATOIRE CAR LES ELECTRONS SERAIENT RAPIDEMENT ARRÊTÉS PAR L'AIR ($P \ll 10^{-6}$ mbar)

Microscopie de diffraction à rayon X:

- Théorie des réseaux

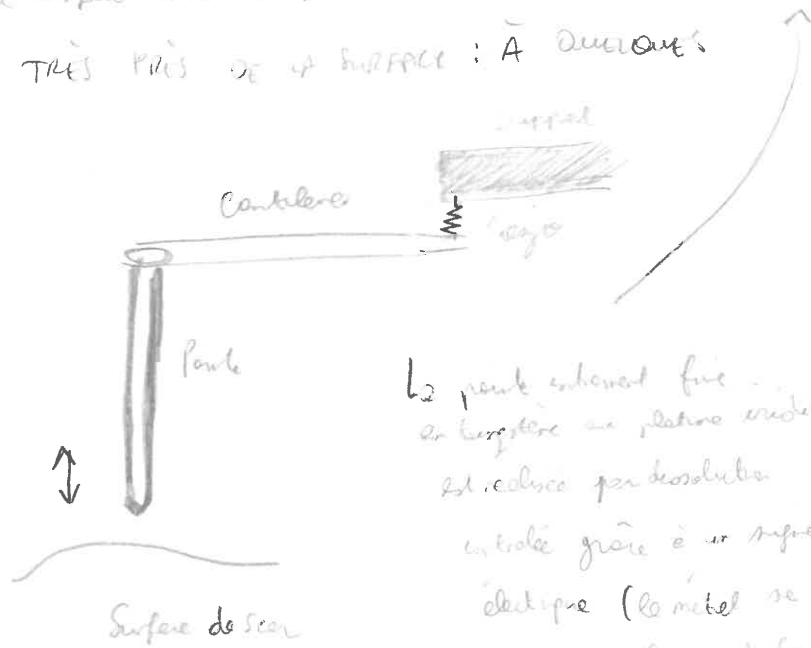
- Espacement de détermination des pas du réseau (\equiv distance interatomique) d'une structure ordonnée (par exemple) avec le paramètre a)

Microscopie à champ proche

Microscopie classique = regard "de loin" avec la lumière

Microscopie à champ proche = palpe la surface avec une pointe non-stérique et étroitement focalisée

(On exploite les interactions très près de la surface : à quelques nanomètres seulement)

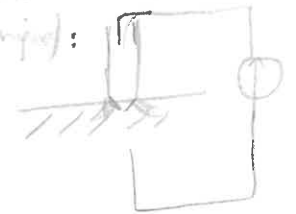


Système = { cantilever }

k_c = force de rappel des cantilevers qui se courbe sous l'effet de la surface puis revient à sa position initiale

La pointe est étroitement focalisée en longueur sa relation avec la surface est contrôlée grâce à un signal électrique (le métal se dissout plus près de la surface du liquide)

Equation du mouvement du cantilever (modélisation à l'aide d'un oscillateur harmonique):



$$m\ddot{z} + \gamma\dot{z} + k_c z = F(t)$$

↑ Force de rappel
 ↑ Force atomique appliquée

Force de friction (modélisée tous les forces qui jouent à l'échelle) (oscillations amorties, molécules)

Dès qu'on approche de la surface le potentiel de Lennard-Jones apparaît modélisant l'attraction - répulsion atomique.

$$U(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^6 \right]$$

↑ Energie potentielle
 ↑ répulsion
 ↑ attraction

⇒ Force exercée : $\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{dU}{dr}$

ou photo lithographie (le silicium se grave plus vite dans certains diélectriques cristallins)

Pouvoir de résolution : CAPACITÉ A DISTINGUER 2 POINTS VOISINS (LA TAILLE DE LA TACHE MINIMALE DANS LE FOCUS ESTRE DISTINGUÉE)

1) Microscopes optiques

λ peut être λ_{DB}

Comme c'est le cas pour les microscopes électroniques car eux aussi différent (double onde corpusculaire)

$$d_{lim} \approx \sqrt{d_{diffraction}^2 + d_{aberration}^2 + d_{astigmatisme}^2 + \dots}$$

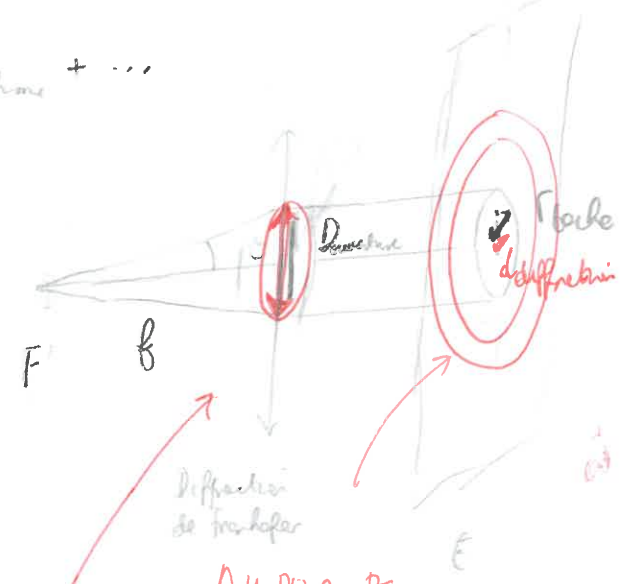
RESOLUTION MAXIMUM

\equiv DISTANCE d_{lim} QUI PEUT ÊTRE RESOLUE

la limite la plus petite (tache d'Airy)

chromatique optique $C_s \propto \lambda^3$
aple d'ouverture

Coefficient d'aberration optique



Diffraction de Fraunhofer

AU DELA DE CET ANGLE : PHÉNOMÈNES DE DIFFRACTION

tache Airy = $1,22 \frac{\lambda f}{D}$

Point de Bragg

$d_{diffraction}$ (critère de Rayleigh) = $0,61 \frac{\lambda f}{D}$

$d_{diffraction} = \frac{\lambda}{2(NA)} = \frac{\lambda}{2n \sin(\theta)} \approx \frac{\lambda f}{D}$
ouverture numérique Demi-angle de collecte

NA : Ouverture numérique = tache d'une lentille diffractant

Si on est en diffraction de Fraunhofer, on plus généralement ni le système optique utilisé une lentille pour le grossissement, ... NA = $\frac{D}{2f}$

car en optique, on utilise des lentille pour grossir dont le diamètre de ces lentille limite la collecte de ^{point de Bragg} l'onde (on parle de la limite minimale par l'onde)

LA FORMULE LA PLUS GÉNÉRALE DE LA RÉSOLUTION ASSOCIÉE À LA DIFFRACTION : $d_{diffraction} = \frac{\lambda}{2NA} \times \frac{1}{\sin(\theta)}$ (On rajoute un coefficient de Bragg $< 1/2$)

2) Microscopie au champ proche

La diffraction n'est plus le limit principal, de la résolution du rayon de la pointe, du bruit mécanique, de la stabilité thermique, de la vibration

$d \sim \sqrt{Rz}$
résolution Rayon de la pointe distance pointe - surface

Tache d'Airy pour une fente diffractante circulaire

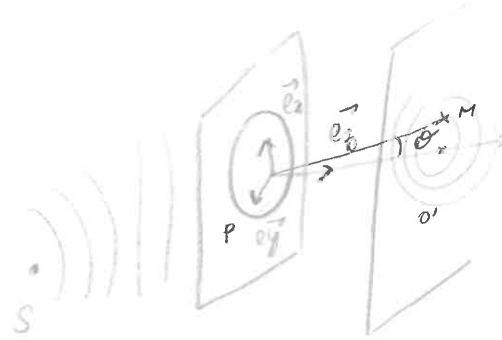
Micronalorie optiques :

Diffraction de Fraunhofer dans une fente circulaire :

$$\varphi(M) = \frac{1}{\lambda z} \iint \varphi(P) e^{i k (x \sin \theta_x + y \sin \theta_y)} dx dy$$

$\left(\begin{matrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{matrix} \right) = \theta$

En passant aux coordonnées polaires : $x = r \cos \Psi$, $y = r \sin \Psi$
 $\Rightarrow dx dy = r dr d\Psi$



rayon de la pupille diffractante

$$\Rightarrow \varphi(M) = k \varphi(P) \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^a e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (r \sin \theta) \cos(\Psi)} r dr d\Psi$$

$$= k \varphi(P) \int_{r=0}^a r dr \int_{\Psi=0}^{2\pi} e^{-i \frac{k}{\lambda} (r \sin \theta) \cos(\Psi)} d\Psi$$

$$= k \varphi(P) \int_{x=0}^{x=ka \sin \theta} x J_0(x) dx \times \frac{2\pi}{k^2 \sin^2 \theta}$$

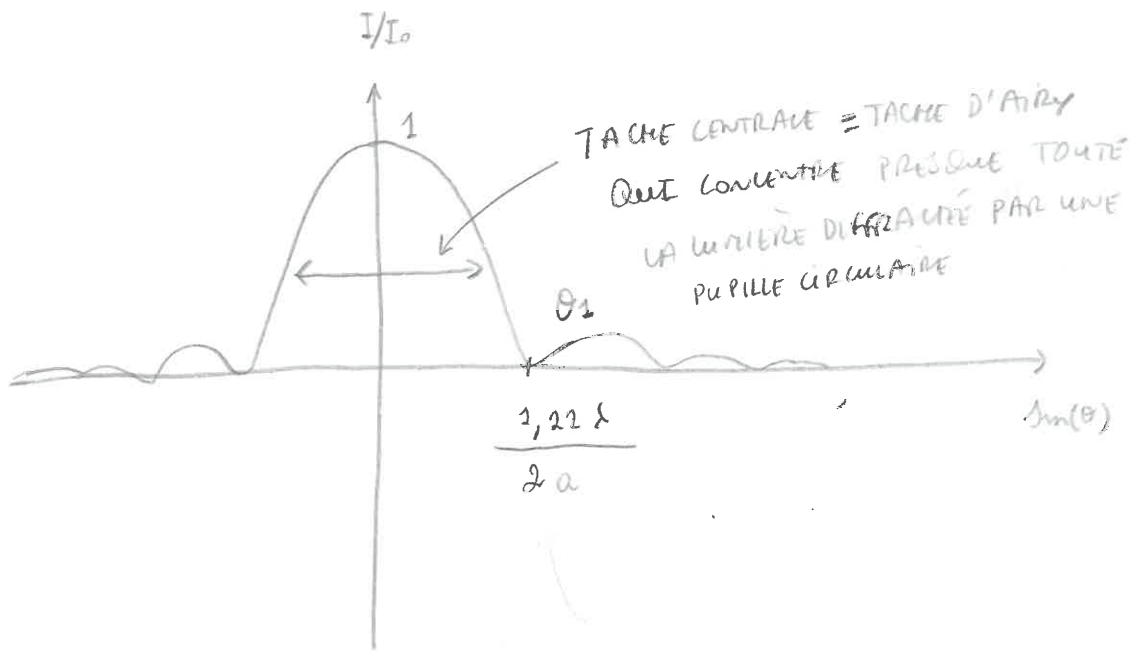
$2\pi J_0 \left(\frac{k r \sin \theta}{\lambda} \right) = x$
 fonction de Bessel d'ordre 0

D'autre part, $x J_0(x) = \frac{d}{dx} J_1(x)$ (par définition des fonctions de Bessel)

$$\Rightarrow \varphi(M) = \frac{\pi a k \varphi(M)}{\lambda} \times \frac{2 J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta}$$

Ainsi l'ampère de rayonnement est :

$$I = \langle \varphi(M) \varphi(M)^* \rangle_{\Sigma} = I_{\text{max}} \times \left(\frac{2 J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta} \right)^2 = I_{\text{max}} \times 2 J_1^2 \times \text{sinc}^2(k a \sin \theta)$$



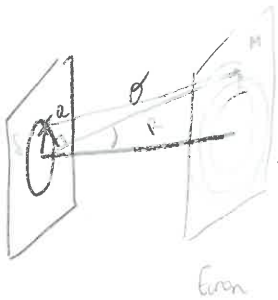
La largeur de la tache centrale (\equiv tache d'Airy)

rayon de la tache de diffraction

$$\sin(\theta_1) = 1,22 \times \frac{\lambda}{2a}$$

Approximation petits angles (condition de Gauss):

$$\sin(\theta_1) \approx \theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{2a}$$



Expression de la tache d'Airy à l'aide de la différence de marche

En diffraction de tranchée (diffraction en demi-l'espace):

EN 1 DIMENSION: $\delta = \alpha x(M) = x(M) \sin(\theta_n)$

Somme d'ordre: $\delta_{\text{somme d'ordre}} = x(M) \sin(\theta_n) = x(M) \times 1,22 \frac{\lambda}{2}$



IL N'Y A PAS

D'INTERFÉRENCE DONC

PAS DE DIFFÉRENCE DE

MARCHE NI DE DIFFÉRENCE

DE PHASE POUR UNE DIFFRACTION

MÊME SI LA SOURCE EST ÉTENDUE !!!

Expression de la tache d'Airy à l'aide de la différence de phase

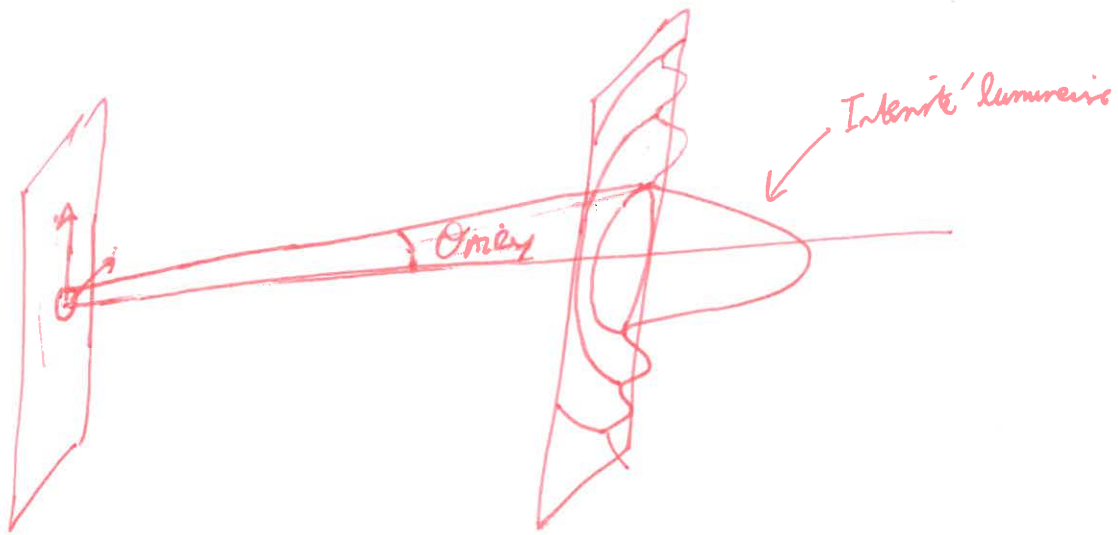
EN 1 DIMENSION: $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha x = \frac{2\pi}{\lambda} x(M) \sin \theta_n$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta \Rightarrow \delta = \frac{\lambda \Delta\phi}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \delta = \alpha x = x(M) \sin \theta_n$$



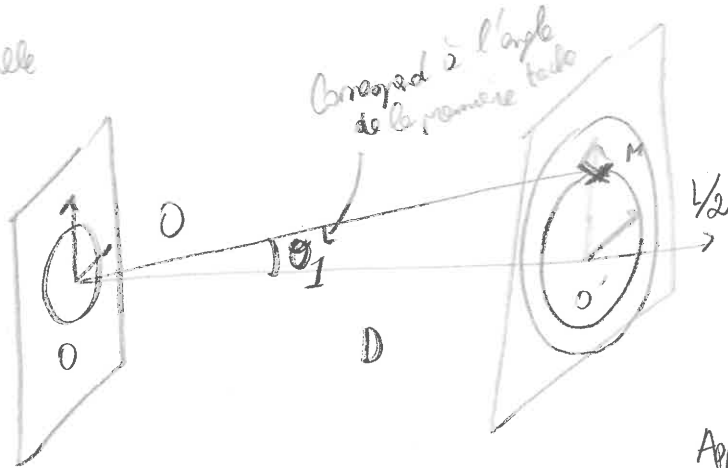
LA TACHE D'Airy (≡ TACHE CENTRALE DE LA DIFFRACTION) EST DÉFINIE PAR UN ANGLE LIMITE



Fente circulaire diffractante

Commat converter et angle en distance

- Sans lentille



$$\tan(\theta_1) = \frac{\lambda/2}{D}$$

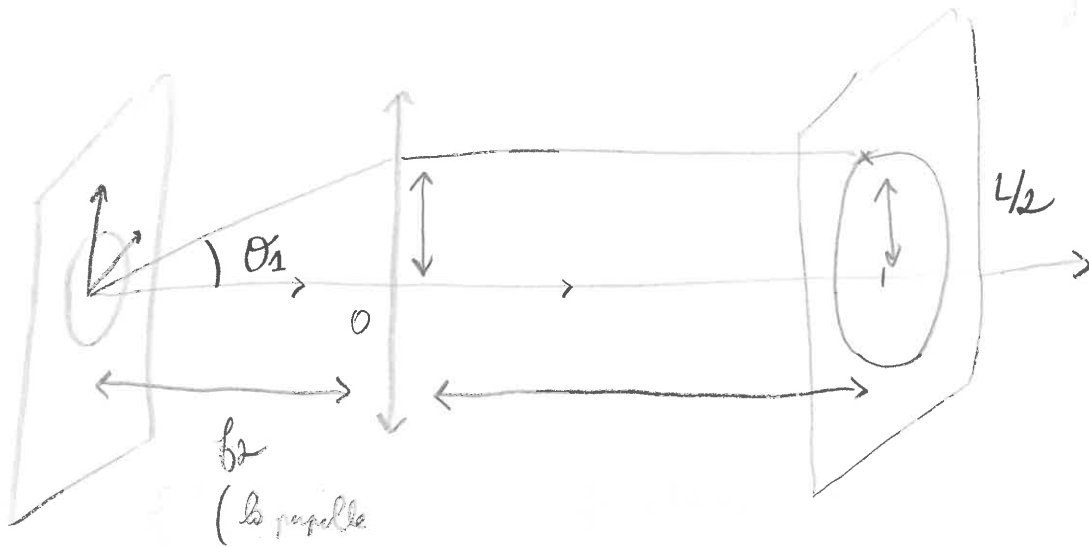
Approximation petits angles (conditions de Fraunhofer)

$$\tan(\theta_1) \approx \theta_1 = \frac{\lambda/2}{D}$$

$$\frac{1,22 \lambda}{2a}$$

$$\Rightarrow L = \frac{D \times 1,22 \lambda}{2}$$

- Avec lentille (diffraction à l'infini)



(la pupille de l'objectif est placée à la distance focale objet de la lentille)

$$\tan(\theta_1) = \frac{\lambda/2}{f_2}$$

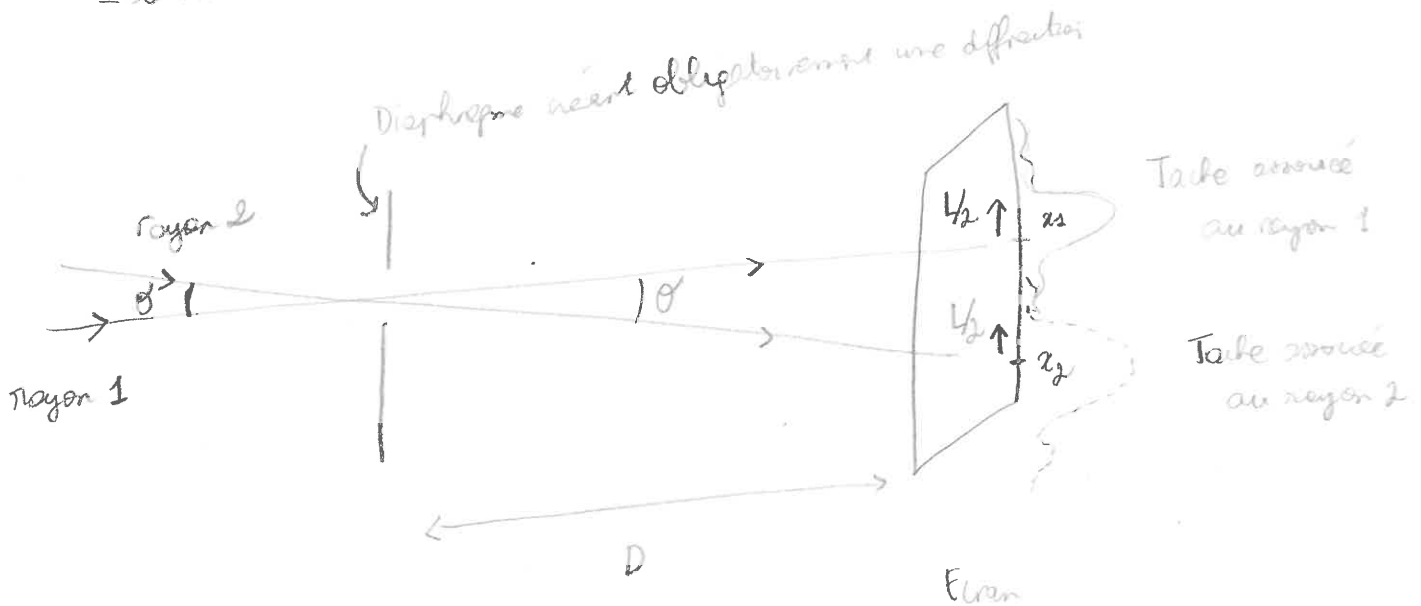
Approximation petits angles (conditions de Fraunhofer)

$$\tan(\theta_1) \approx \theta_1 = \frac{\lambda/2}{f_2}$$

$$\Rightarrow L = \frac{f_2 \times 1,22 \lambda}{a}$$

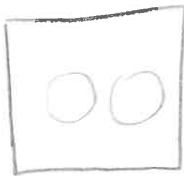
Critère de résolution : il existe plusieurs critères de résolution parmi lesquels :

- le critère de résolution de Rayleigh :

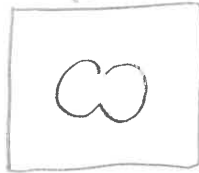


D'après le critère de Rayleigh, la limite de résolution est :

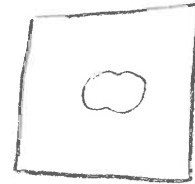
Rayons résolus



Rayons non résolus (LIMITE DE RAYLEIGH)



Rayons non résolus



Condition sur les angles : $\theta_2 - \theta_1 > \frac{\theta_{min}}{2}$

θ (les rayons ① et ②)

sont choisis les plus proches possibles)

(= PAS D'ANGLE MINIMUM)

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{\theta_{min}}{2}$$

θ

$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{d\theta} < \frac{\theta_{min}}{2}$$

Condition sur la distance entre les 2 taches

$$x_2 - x_1 > \frac{L_{min}}{2}$$

x (les rayons ① et ②)

sont choisis extrêmement proches)

(= PAS DE DISTANCE MINIMUM)

$$x_2 - x_1 = \frac{L_{min}}{2}$$

x

$$\frac{x_2 - x_1}{dx} < \frac{L_{min}}{2}$$

x

POUR OBTENIR LE POUVOIR DE RESOLUTION DES APPAREILS OPTIQUES,
IL FAUT DONC SE RAMENER À UNE CONDITION D'ANGLE ENTRE DEUX
RAYONS QUI DÉFINISSENT LE PAS ANGULAIRE MINIMUM $d\theta$:

$$d\theta > \frac{\theta_{\min}}{\lambda} \quad \text{Aussi appelé } \delta\theta$$

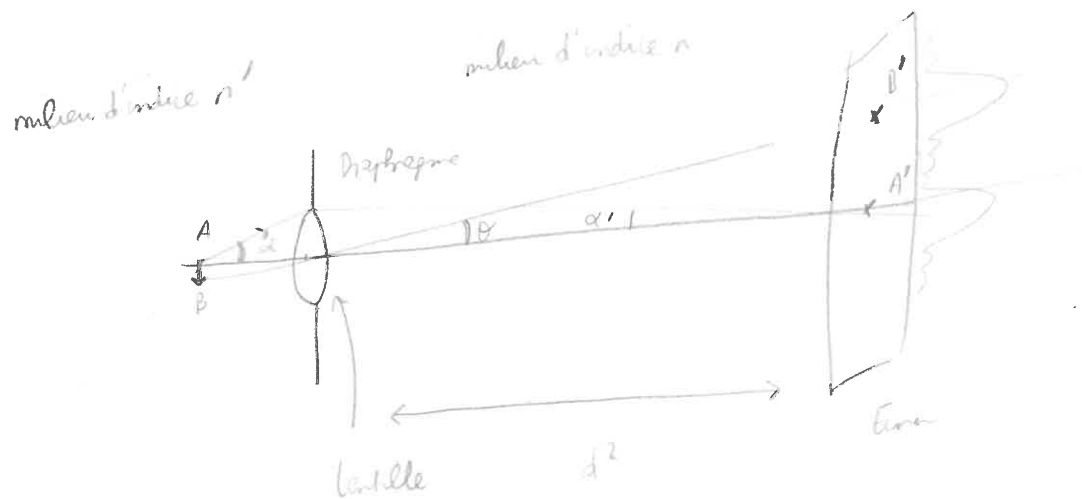
$$\Rightarrow d\theta > \frac{\delta\theta}{\lambda} = \frac{1,22 \lambda}{2a}$$

$$\Rightarrow d\theta > \frac{1,22 \lambda}{2a}$$

AINSI SI UNE CONDITION DE RESOLUTION SUR LA FREQUENCE EST REQUISE POUR
UN APPAREIL OPTIQUE (COMME DANS LE CAS DES RESEaux ou DES LAMES
PARALLÈLES), IL FAUT EXPRIMER $d\theta$ EN FONCTION DE $d\lambda$ (EN UTILISANT LA
RELATION SUR LA DIFFÉRENCE DE MARCHE PAR EXEMPLE)

Application 1: Pouvoir de résolution minimum d'un microscope:

Origine: [physique opt / optique ondulatoire]:



Le critère de Rayleigh en terme d'angle:

$$d\alpha > \frac{\theta_{\min}}{2} = \frac{1,22 \lambda}{4a}$$

le critère de Rayleigh en terme de distance:

$$d\alpha > \frac{L_{\min}}{2} = \frac{1,22 \lambda d'}{2a} \quad (1)$$

" $A'B'$

Pour qu'il n'y ait pas de ombre sur l'image (condition d'éclaircie), il faut que la condition de Abbe soit vérifiée

$$nAB \sin \alpha = n'A'B' \sin \alpha' \quad (2)$$

(1) et (2) \Rightarrow $AB > \frac{1,22 \lambda}{2n \sin \alpha}$

pouvoir de résolution d'un microscope

Application 2 : Pouvoir de résolution d'un réseau

Application 3: Pouvoir de résolution d'un spectromètre de Fabry Perot (utilisant une lame parallèle traitée)

