

# Principe de Huygens - Fresnel et modèle d'ampère :

Principe de Huygens : chaque point d'une surface d'onde émettant par la lumière à l'endroit où  
peut être considéré comme une source secondaire. Quelle que soit l'origine  
l'état vibratoire de cette source secondaire est proportionnel à celui de  
l'onde incidente et à l'élément de surface contenant les sources secondaires  
LES VIBRATIONS ISSUES DES DIFFÉRENTES SOURCES SECONDAIRES  
INTERFÉRENT ENTRE ELLES

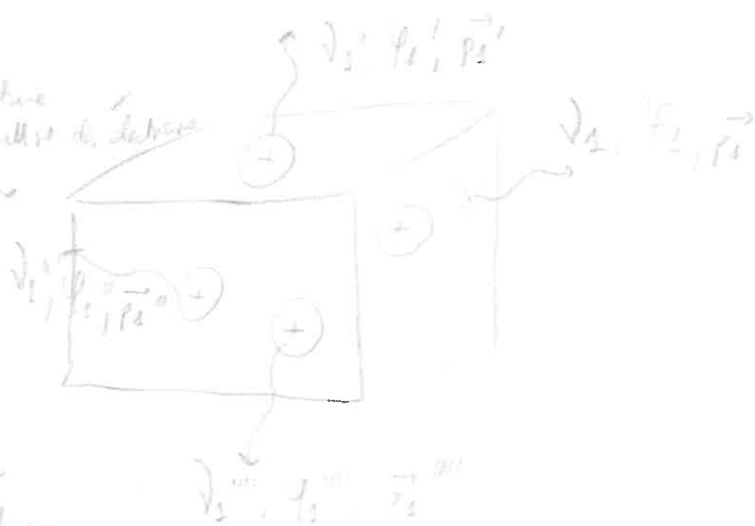
De plus : la vitesse de ces ondes transversales dépend de la constante  
gradient autour de  $\lambda$  (probablement de la température  
différente des différents électrons.) mais aussi de la  
différence de phase entre l'ensemble de ces différents  
électrons

⇒ LE MODÈLE SUIVANT DE LA MATIÈRE VAUT ÊTRE DÉVELOPPÉ :

$\Delta \vec{v}$  dépend de la Température  
de  $\log$  dans un milieu de diélectrique

$\Delta \varphi$  émission à des temps  
aléatoires de charges  
électriques

$\Delta \vec{p}$  : émission à un  
peuplement d'électrons  
dans la direction  
électrique



Ainsi, pour expliquer le principe d' Huygens - Fresnel :



$\langle \Psi(t) \Psi^*(t) \rangle_{\mathcal{C}}$  est émis dans plein de directions aléatoires dans le  
↑ dans le temps de détection du récepteur optique

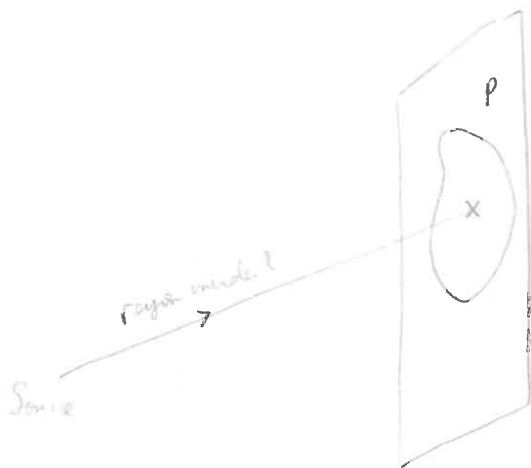
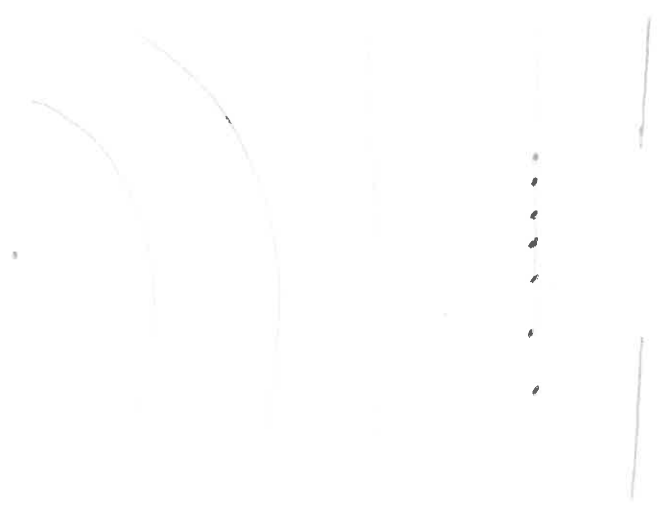
Le temps de détection du récepteur optique permettant d'expliquer le principe d'Huygens qui modélise chaque front d'onde comme une somme de sources sphériques qui interfèrent

# Modèle théorique

Principe d'Huygens-Fresnel : Tout point P de surface  $\Sigma$  atteint par la lumière peut être considéré comme une source secondaire d'onde sphérique

L'état vibratoire de cette onde sphérique est proportionnel à l'onde incidente et à l'élément de surface entourant le point P

Les ondes issues de différents points secondaires interfèrent entre elles



+ M

# Modélisation mathématique

$$\Psi(M) = \iint_{\text{Surface}} d\Psi(M)$$

DÉTERMINÉ  
À L'AIDE  
DU  
THÉORÈME  
DE  
KIRCHHOFF

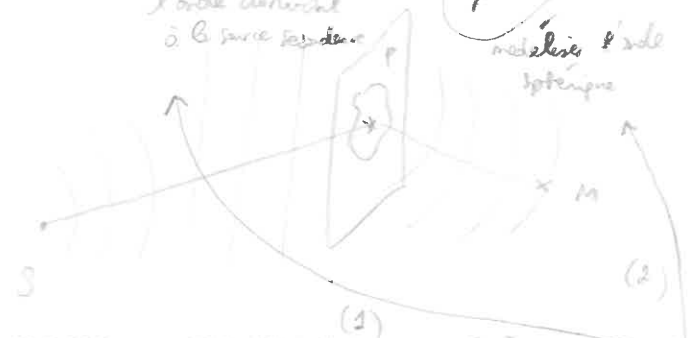
$$d\Psi(M) = K \varphi(P) \frac{e^{-ikr}}{r} dS$$

de l'onde différentielle

$$\Rightarrow \Psi(M) = \iint_{\text{Surface}} K \varphi(P) \frac{e^{-ikr}}{r} dS$$

$\varphi(P)$  pour modéliser  
l'onde arrivant  
à la surface

$$\frac{e^{-ikr}}{r} \text{ pour modéliser l'onde potentielle}$$



CETTE MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET LA DÉTERMINATION DE K, EST OBTENUE PAR APPLICATION DU THÉORÈME DE KIRCHHOFF  
 ⇒ A LA PLACE DE LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE PRÉCÉDENTE : APPLICATION 2 FOIS L'ÉQUATION D'HELMOLTZ

Application du théorème de Kirchhoff (AVEC DÉMONSTRATION MATHÉMATIQUE)

$\varphi(P)$  est une vibration scalaire satisfaisant l'équation d'onde.

$$\Delta \varphi(P) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi(P)}{\partial t^2} = 0$$

Si  $\varphi(P)$  est une onde de modélisation sinusoidale (exponentielle complexe) en fonction du temps.

$$\Delta \varphi(P) + k^2 \varphi(P) = 0 \quad (1) \quad \text{(équation d'Helmholtz)}$$

(équation affranchie de la dépendance temporelle : étude uniquement de la propagation spatiale de l'onde)

Il est tout possible de montrer que  $\frac{e^{-ikr}}{r}$  satisfait aussi l'équation d'Helmholtz :

$$\Delta \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) + k^2 \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) = 0 \quad (2) \quad \text{(Rappel le Laplacien en base sphérique d'une fonction ne dépendant que de r : } \Delta(\varphi(r)) = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2}(\varphi(r)) \text{)}$$

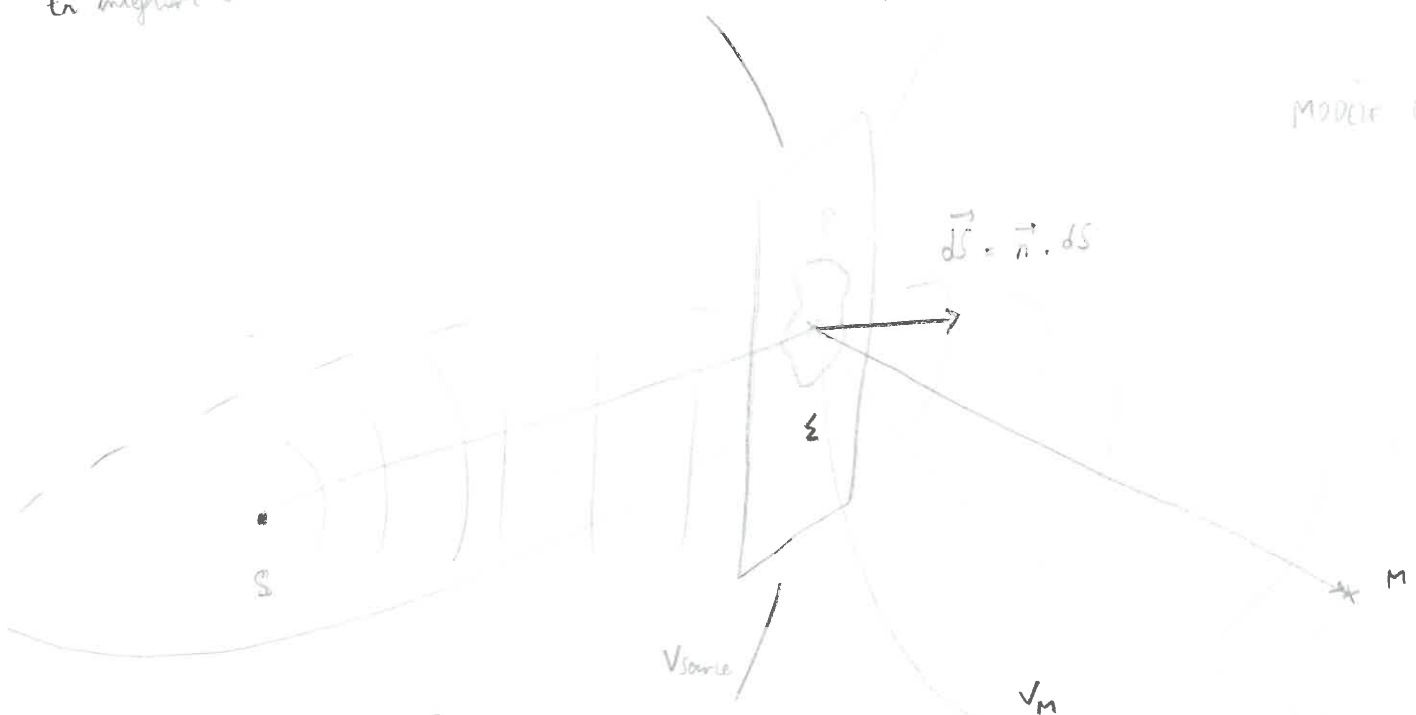
$$\Rightarrow \begin{cases} k^2 = - \frac{\Delta \varphi(P)}{\varphi(P)} \\ k^2 = - \frac{\Delta \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right)}{\frac{e^{-ikr}}{r}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow + \frac{\Delta \varphi(P)}{\varphi(P)} = + \frac{\Delta \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right)}{\frac{e^{-ikr}}{r}}$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi(P) \frac{e^{-ikr}}{r} - \Delta \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) \varphi(P) = 0$$

En intégrant sur tout le volume  $V$  délimité par la surface d'ouverture  $\Sigma$

MODELE CARONÉ !!!



$$\iiint_V \left( \Delta \varphi(P) \frac{e^{+ikr}}{r} - \Delta \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P) \right) dV = \iiint_V 0 dV = \text{Constante supprimée nulle!!}$$

$$\iiint_{V_{source}} \left( \Delta \varphi(P) \frac{e^{+ikr}}{r} - \Delta \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P) \right) dV + \iiint_{V_m} \left( \Delta \varphi(P) \frac{e^{+ikr}}{r} - \Delta \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P) \right) dV = 0$$

L'application du théorème de Green - Ostrogradsky est possible car les surfaces sont fermées:

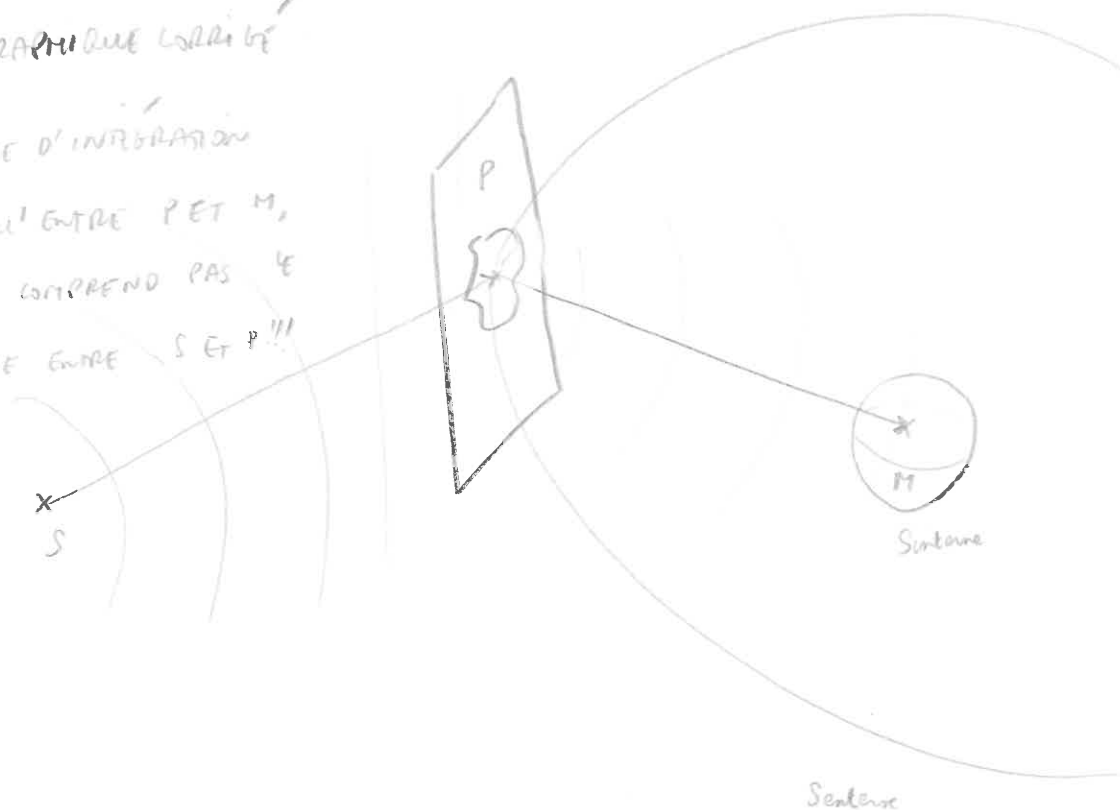
$$\begin{aligned} & \oint \left( \cancel{\varphi(P)} \frac{e^{+ikr}}{r} - \cancel{\left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right)} \varphi(P) \right) d\vec{S} + \oint \left( \cancel{\varphi(P)} \frac{e^{+ikr}}{r} - \cancel{\left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right)} \varphi(P) \right) d\vec{S}' = 0 \\ \Rightarrow & \oint \left( \vec{\nabla}(\varphi(P)) \frac{e^{+ikr}}{r} - \vec{\nabla} \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P) \right) d\vec{S} + \oint \left( \vec{\nabla}(\varphi(P)) \frac{e^{+ikr}}{r} - \vec{\nabla} \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P) \right) (-r^2 \sin\theta) d\Omega = 0 \\ \Rightarrow & \oint \left( \vec{\nabla}(\varphi(P)) \frac{e^{+ikr}}{r} - \vec{\nabla} \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P) \right) d\vec{S} + \oint \frac{\partial \varphi(P)}{\partial r} \frac{e^{+ikr}}{r} - \left( \frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \frac{e^{+ikr}}{r} \varphi(P) (-r^2 \sin\theta) d\Omega = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \oint \left( \vec{\nabla}(\varphi(P)) \frac{e^{ikr}}{r} - \varphi(P) \vec{\nabla} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \right) d\vec{S} + \oint \left( -1 + ikr - r \frac{\partial \varphi(P)}{\partial r} \right) \frac{e^{ikr}}{r} \varphi(P) \sin(\theta) d\theta d\varphi = 0$$

En faisant tendre  $r$  vers 0, c'est -2 - dans une petite sphère qui englobe le point M

MODELE GRAPHIQUE LIMITE

LE VOLUME D'INTEGRATION  
N'EST QU'ENTRE P ET M,  
IL NE COMPREND PAS LE  
VOLUME ENTRE S ET P!!!

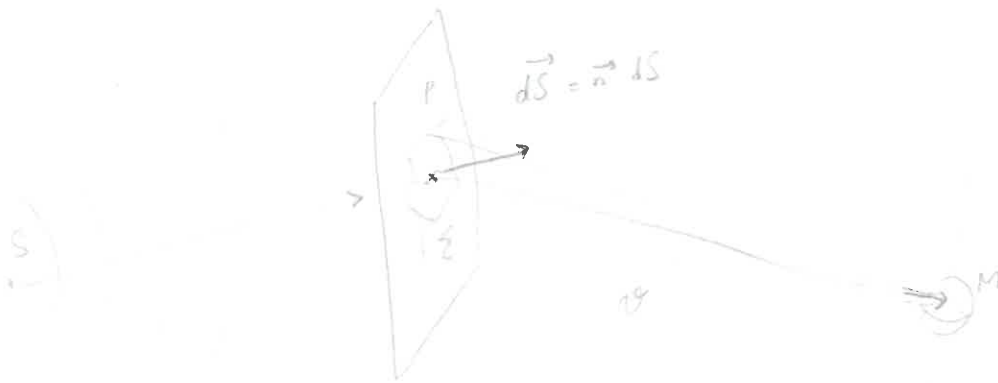


$$\Rightarrow \oint \left( \vec{\nabla}(\varphi(P)) \frac{e^{ikr}}{r} - \varphi(P) \vec{\nabla} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \right) d\vec{S} + \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} -\varphi(M) \sin \theta d\theta d\varphi = 0$$

$$\Rightarrow \oint \left( \vec{\nabla}(\varphi(P)) \frac{e^{ikr}}{r} - \varphi(P) \vec{\nabla} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \right) d\vec{S} = 4\pi \varphi(M)$$

Démonstration obtenue de [wikipedia.org / Théorie de Kirchhoff]

En intégrant sur tout le volume  $V$  élémentaire par la surface d'ouverture  $\Sigma$  à partir de la source secondaire  $P$ !!



$$\iiint_V \left( \Delta \varphi(P) \frac{e^{+ikr}}{r} - \Delta \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P) \right) dV = 4\pi \varphi(M)$$

Puis, en appliquant le théorème de Green - Orlogradskij:

$$\oint_{\Sigma} \left( \cancel{\varphi(P) \frac{e^{+ikr}}{r}} - \cancel{\Delta \left( \frac{e^{+ikr}}{r} \right) \varphi(P)} \right) dS = 4\pi \varphi(M)$$

TRÈS IMPORTANT DANS LA SIMPLIFICATION DU PROBLÈME !!!

C'EST L'INTÉRÊT DE L'UTILISATION DU THÉORÈME DE GREEN - ORLOGRADSKY (DIMINUTION DE L'ORDRE DES DÉRIVÉES !!)

Résolution dans le cas général:

!!! DANS LA THÉORIE DE KIRSCHOFF LA SOURCE PRIMAIRE N'EST PLUS CONSIDÉRÉE DIRECTEMENT !!!



HYPOTHÈSE: LA LUMIÈRE ÉMISE PAR LA SOURCE EST UNE ONDE SPHÉRIQUE MONOCHROMATIQUE DE MODULATION MATHÉMATIQUE:

$$\varphi(S) = A e^{-i(\omega t - k \cdot \vec{r})}$$

L'onde sphérique reçue en point P (sur l'ouverture : le diaphragme) sera modélisée

mathématiquement par :

$$\Psi(P) = \frac{A}{r_1} e^{-i(\omega t - k \cdot r_1)} \quad \left( \text{retard sur le temps, avance spatiale} \right)$$

" " " " " "

$\| \vec{SP} \|$

$\vec{k}$  est isotrope de chaque côté de la fente car il s'agit du même milieu

$\Rightarrow$  même norme (même) ainsi même direction !!!

$\Rightarrow$  la diffraction n'est pas une discontinuité mais un filtrage !!!

Ainsi :

Projection du gradient en coordonnées sphériques

$$\vec{\nabla}(\Psi) = \frac{\partial \Psi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \vec{e}_\phi$$

$$-\vec{\nabla}(\Psi(P)) = \vec{\nabla} \left( \frac{A}{r_1} e^{-i(\omega t - k r_1)} \right) = A \left( +ik \Psi(P) - \frac{\Psi(P)}{r_1} \right) \vec{e}_{r_1}$$

et

$$\vec{\nabla}(\Psi(P)) \cdot \vec{n} = \vec{\nabla} \left( \frac{A}{r_1} e^{-i(\omega t - k r_1)} \right) \cdot \vec{u}_z$$

$$= \left( +ik \Psi(P) - \frac{\Psi(P)}{r_1} \right) \underbrace{\left( \vec{e}_{r_1} \cdot \vec{u}_z \right)}_{= \cos(\theta_1)}$$

Projection du gradient en coordonnées sphériques

$$\Rightarrow \vec{\nabla}(\Psi(P)) \cdot \vec{n} \frac{e}{r_2} = \left( +ik \Psi(P) - \frac{\Psi(P)}{r_1} \right) \frac{e}{r_2} \cos(\theta_2) = \frac{A}{r_1 r_2} \left( +ik - \frac{1}{r_1} \right) \cos(\theta_2) e^{-i(\omega t - k(r_1+r_2))}$$

Projection en coordonnées sphériques

$$-\vec{\nabla} \left( \frac{e}{r_2} e^{+ikr_2} \right) = \frac{e}{r_2} e^{-ikr_2} \left( +ik - \frac{1}{r_2} \right) \vec{e}_{r_2}$$

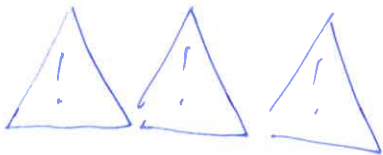
et

$$\vec{\nabla} \left( \frac{e}{r_2} e^{+ikr_2} \right) \cdot \vec{n} = \frac{e}{r_2} e^{-ikr_2} \left( +ik - \frac{1}{r_2} \right) \underbrace{\left( \vec{e}_{r_2} \cdot \vec{n} \right)}_{= \cos(\theta_2)}$$

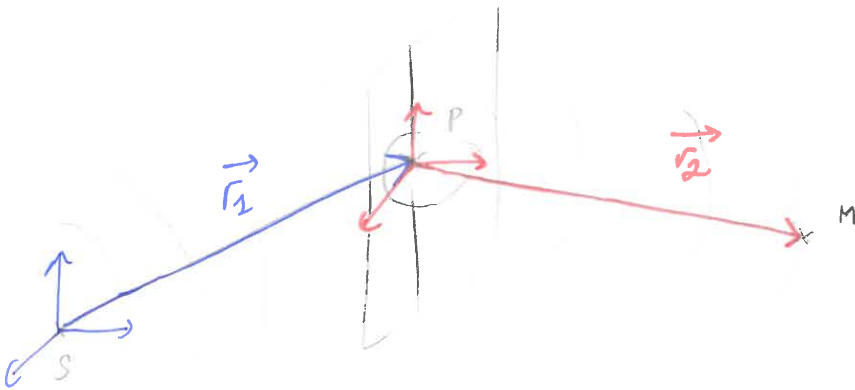
$$\Rightarrow \vec{\nabla} \left( \frac{e}{r_2} e^{+ikr_2} \right) \cdot \vec{n} \cdot \Psi(P) = \frac{e}{r_2} \left( +ik - \frac{1}{r_2} \right) \cos(\theta_2) \cdot \frac{A}{r_1} e^{-i(\omega t - k r_1)} = \frac{A}{r_1 r_2} \left( +ik - \frac{1}{r_1} \right) \cos(\theta_2) e^{-i(\omega t - k(r_1+r_2))}$$

$$\Rightarrow \varphi(M) \approx \frac{1}{4\pi} \iint_S \varphi(P) \frac{e^{ik_2 r_2}}{r_2} \times \underbrace{(ik_2 (\omega(\theta_2) - \omega(\theta_1)))}_{=K} dS$$

$$\rightarrow \varphi(M) \approx \frac{1}{4\pi} \iint_S K \varphi(P) \frac{e^{ik_2 r_2}}{r_2} dS$$



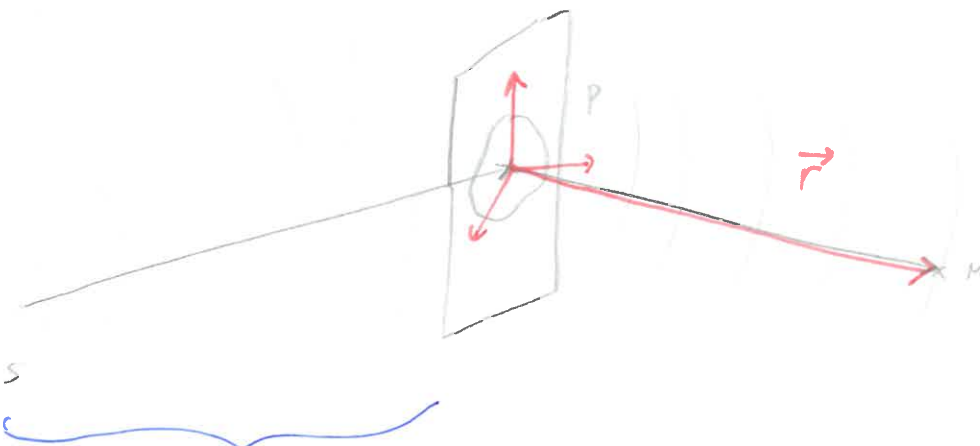
L'UTILISATION DE 2 REFERENTIELS NE PERMET PAS  
D'UTILISER LE THEOREME DE KIRSCHOFF QUI DOIT ETRE  
EXPRIME DANS LE MEME REFERENTIEL !!!



COMMENT APPLIQUER LE  
THEOREME DE KIRSCHOFF  
AVEZ 2 VARIABLES ?!

À LA PLACE :

LE PHENOMENE  
NE PEUT ETRE DECRIT SANS  
L'UTILISATION DE 2 VARIABLES  
CAR SP EST INDEPENDANT  
DE PM !!!



COMMENT MODELER CETTE ONDE AVEC  $\vec{r}$  QUELCONQUE  
DIT PART DE S POUR ARRIVER À P !!!

$$\frac{1}{\underbrace{|\vec{r} - \vec{PS}|}_{=r_2}} e$$

l'onde est toujours dans  
le sens des  $\vec{r}$  croisés  
 $e^{i(\omega t - k(\underbrace{|\vec{r}|}_{=r_1} - \underbrace{|\vec{PS}|}_{=r_2}))}$

En appliquant le théorème de Kirchhoff :

$$\varphi(M) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left( \varphi(P) \vec{\nabla} \left( \frac{e^{ikr_2}}{r_2} \right) \cdot \vec{n} - \vec{\nabla} \left( \varphi(P) \right) \cdot \vec{n} \frac{e^{ikr_2}}{r_2} \right) dS$$

$$= \frac{1}{4\pi} \iint_S \left( \frac{A}{r_2 r_2} \left( ik - \frac{1}{r_2} \right) \cos(\theta_2) e^{-i(\omega t - k(r_2 + r_2))} - \frac{A}{r_2 r_2} \left( ik - \frac{1}{r_2} \right) \cos(\theta_1) e^{-i(\omega t - k(r_2 + r_2))} \right) dS$$

$$= \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{A}{r_2 r_2} \left( ik (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) - \frac{\cos(\theta_2)}{r_2} + \frac{\cos(\theta_1)}{r_2} \right) e^{-i(\omega t - k(r_2 + r_2))} dS$$

$$= \frac{1}{4\pi} \iint_S \varphi(P) \frac{e^{ikr_2}}{r_2} \left( ik (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) - \frac{\cos(\theta_2)}{r_2} + \frac{\cos(\theta_1)}{r_2} \right) dS$$

on suppose  $\theta_1$  et  $\theta_2$  petits ( $< 5^\circ$ ), l'approximation petits angles donne :

$$\frac{\cos(\theta_1)}{r_2} \approx \frac{1}{r_2} \quad \text{et} \quad \frac{\cos(\theta_2)}{r_2} \approx \frac{1}{r_2}$$

puis on suppose que  $r_1$  et  $r_2 \gg 1$  (mètre) :

$$\Rightarrow \frac{1}{r_2} \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{r_1} \rightarrow 0$$

$\Rightarrow$  les termes  $\frac{\cos(\theta_2)}{r_2}$  et  $\frac{\cos(\theta_1)}{r_1}$  sont alors négligeables

EN REALITÉ, IL FAUT DE COMPARER  $\frac{1}{r_2}$  ET  $\frac{1}{r_1}$

$$\text{AVEC } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

C'EST-À-DIRE

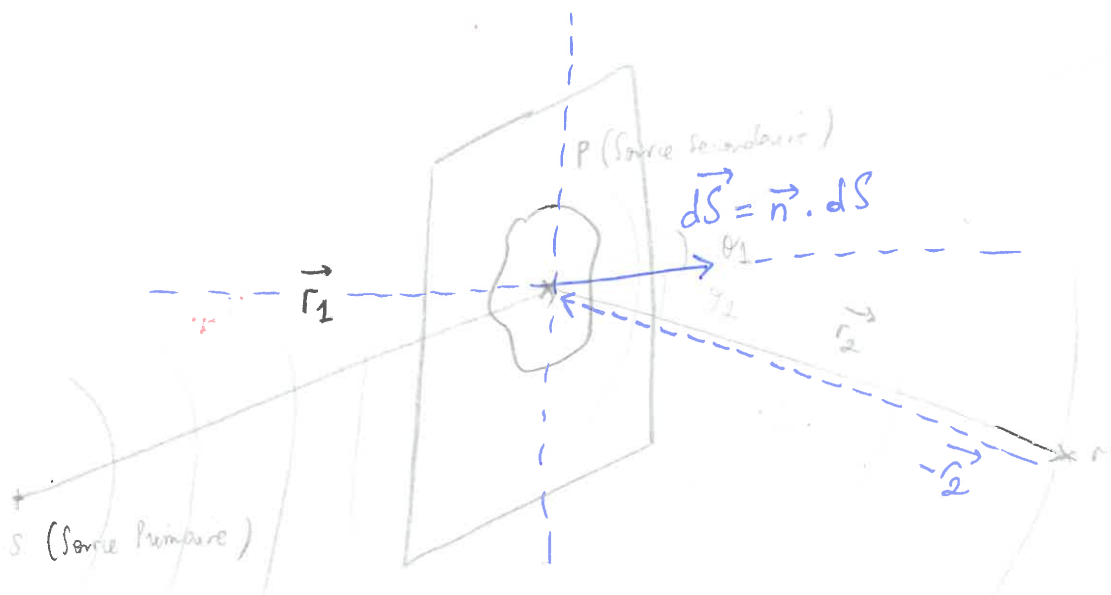
$\frac{1}{r_2}$  ET  $\frac{1}{r_1}$  PAR RAPPORT À  $\lambda$  !!!

Ainsi,

$$\varphi(M) \approx \frac{1}{4\pi} \iint_S \varphi(P) \frac{e^{ikr_2}}{r_2} \times ik (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) dS$$

$\Rightarrow$  LA FORMULE DE KIRCHHOFF N'EST VALABLE QUE SI  $r_1, r_2 \gg \lambda$  !!!

SOLUTION : LE THEOREME DE KIRSCHOFF PEUT ETRE APPLIQUE SUR DEUX VECTEURS  $\vec{r}_1$  ET  $\vec{r}_2$  DIFFERENTS PROVENANT DE 2 REFERENTIELS DIFFERENTS CAR LE THEOREME DE KIRSCHOFF NECESSITE LA PROJECTION SUR LE VECTEUR  $\vec{n}$  DE LA SURFACE DE DIFFRACTION !!!



$$\vec{r}_1 \cdot d\vec{S} = \cos(\theta_1) \quad \text{rentre dans } d\vec{S}$$

$$\vec{r}_2 \cdot d\vec{S} = -\cos(\theta_2) \quad \text{sort de } d\vec{S}$$

LES PROJECTIONS SUR LES SURFACES SONT ORIENTEES ???

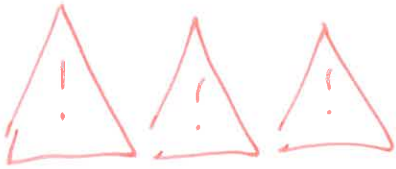
DANS LE CAS LA FORMULE DE FRESNEL - KIRSCHOFF DEVIENT :

si  $\theta_1$  et  $\theta_2$  petits et  $r_1, r_2 \gg \lambda$

$$\Rightarrow \varphi(M) \approx \frac{1}{4\pi} \iint_{\text{Surface fermée de P (source secondaire) à M}} \varphi(P) \frac{e^{ikr_2}}{r_2} \times i k (\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)) dS = i \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \varphi(M) \approx \frac{i (\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1))}{k} \iint \varphi(P) \frac{e^{ikr_2}}{r_2} dS$$

(La valeur de  $\varphi(M)$  est maximale lorsque  $S, P$  et  $M$  sont alignés)



# INTERPRÉTATION PHYSIQUE DE LA FORMULE

## DE FRESNEL KIRCHOFF :

$\varphi(P)$  considéré comme un tel sur la surface d'intégration ( $\equiv$  pour un  $r$  donné)

$$\varphi(M) = \frac{i(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2))}{2\lambda} \iint \varphi(P) \frac{e^{ikr}}{r} dS$$

Surface de l'ouverture (du diaphragme)

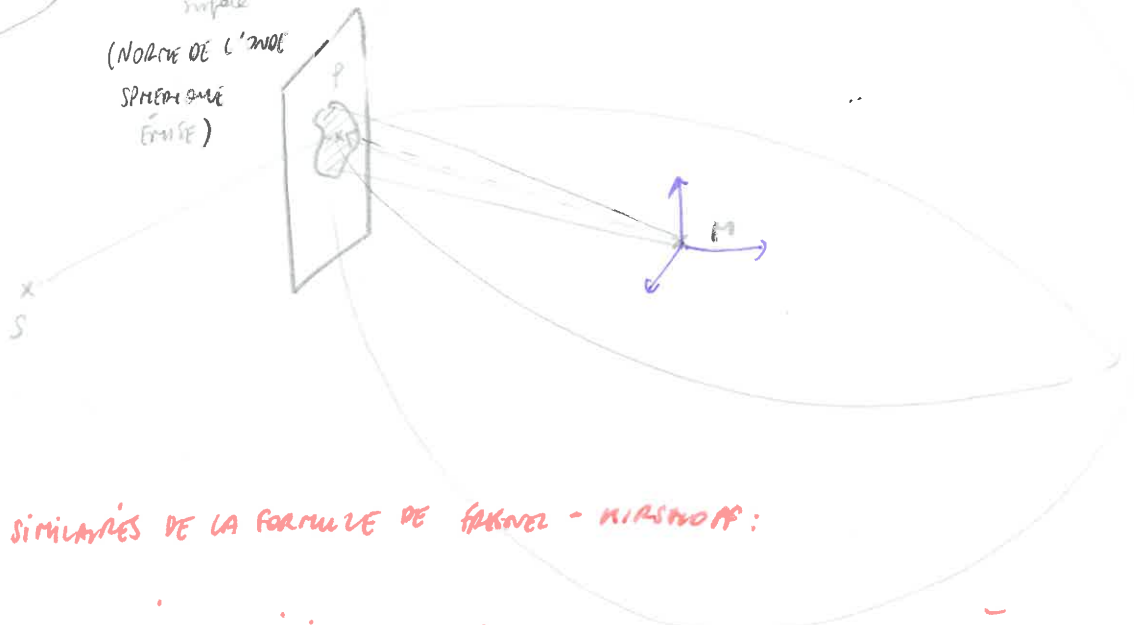
La norme de l'onde est transformée en onde sphérique

$$\varphi(M) = \frac{i(\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2))}{2\lambda} \varphi(P) \iint \frac{e^{ikr}}{r} dS$$

Surface de l'ouverture

$$\varphi(M) = k \iint_S \varphi(P) \frac{e^{ikr}}{r} dS$$

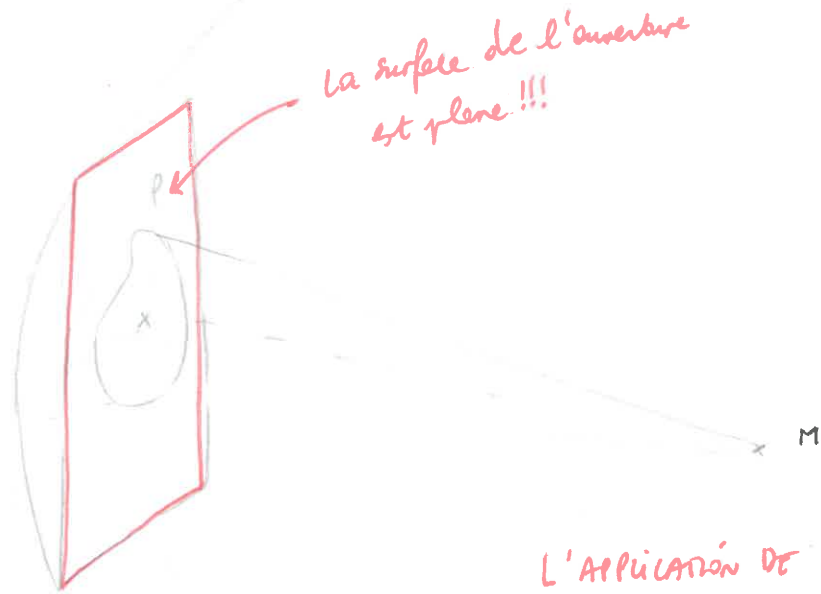
Portion de la surface fermée qui passe dans la surface (NORME DE L'ONDE SPHERIQUE EMISE)



## DEUX INTERPRÉTATIONS SIMILAIRES DE LA FORMULE DE FRESNEL - KIRCHOFF :

LA FORMULE DE FRESNEL - KIRCHOFF INDIQUE QUE L'ÉNERGIE CONTENUE DANS LA SPHÈRE ÉLÉMENTAIRE DE M CORRESPOND À L'ÉNERGIE ÉMISE PAR LA SOURCE (PAR L'OUVERTURE) ET CAPTÉE PAR M  
 ⇒ EN INVERSANT LE RÔLE DES ÉLÉMENTS (SIMILAIRES AU MÉCANISME DE RAYONNEMENT DE LA LUMIÈRE)  
 L'ÉNERGIE ÉMISE PAR M À L'OUVERTURE CORRESPOND À L'ÉNERGIE RAYONNÉE PAR M AUTOUR DE M ET CAPTÉE PAR L'OUVERTURE

Résolution de la formule de Fresnel - Kirchhoff :



La surface de l'ouverture est plane!!!

L'APPLICATION DE LA FORMULE DE FRESNEL KIRSCHOFF INDIQUE QUE  $\psi(M) =$  PORTION DE  $\psi(P)$  (SOURCE PONCTUELLE) VUE DE M QUE PASSE DANS L'OUVERTURE!!!



PROBLÈME D'INTEGRATION 1 DE LA FORMULE

DE FRESNEL - KIRSCHOFF :

Termes supposés constants lors de l'intégration

$$\psi(M) = \iint_{S_{ouverture}} K \psi(P) \frac{e^{-ikr}}{r} ds$$

IL S'AGIT DES COORDONNÉES SPHERIQUES POUR DECRIRE UNE ONDE SPHERIQUE

⇒ LA FORMULE DE FRESNEL KIRSCHOFF EST UNE FORMULE EN COORDONNÉES SPHERIQUES POUR MODÉLISER MATHÉMATIQUEMENT PLUS FAICILEMENT LE COMPORTEMENT D'UNE ONDE SPHERIQUE MAIS PROJETÉE SUR UNE OUVERTURE PLANE!!!

Solution 1: Considérer que  $\|\vec{r}\| (= \|\vec{PM}\|) \gg$  Taille de l'ouverture pour

obtenir une surface d'intégration de la sphère pratiquement plate



Application du théorème de Fresnel - Kerschhoff :

$$\varphi(M) = k \iint \varphi(P) \frac{e^{ikr}}{r} dS_{\text{sphérique}}$$

$\varphi(P)$  est considéré comme constant sur la surface d'intégration (pour un r donné)

$$\Rightarrow \varphi(M) = k \varphi(P) \iint \frac{e^{ikr}}{r} dS_{\text{sphérique}}$$

$$\Rightarrow \varphi(M) = k \varphi(P) \iint \frac{e^{ikr}}{r} r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi$$

$$\Rightarrow \varphi(M) = k \varphi(P) r e^{ikr} \iint \sin(\theta) d\theta d\varphi$$

$$\Rightarrow \varphi(M) = k \varphi(P) r e^{ikr} (\varphi_2 - \varphi_1) [\cos(\theta)]_{\theta_1}^{\theta_2}$$



PROBLÈME AVEC CETTE MÉTHODE: LES COORDONNÉES SPHÉRIQUES DÉCRIVENT TRÈS

DIFFICILEMENT LES SURFACES IRRÉGULIÈRES

$\Rightarrow$  UTILISATION DES COORDONNÉES CARTESIENNES DANS LE CAS GÉNÉRAL

(utilisant des coordonnées polaires pour une ouverture circulaire)



PROBLÈME ADDITIONNEL AVEC CETTE MÉTHODE :

$$\varphi(M) = k \oint \varphi(P) \frac{e^{ikr}}{r} dS_{\text{sphérique}}$$

$$= k \varphi(P) \oint \frac{e^{ikr}}{r} dS_{\text{sphérique}}$$

$$= k \varphi(P) \oint \frac{e^{ikr}}{r} r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi$$

$$= k \varphi(P) \oint r e^{ikr} \sin(\theta) d\theta d\varphi$$

$\varphi(P)$  est considéré comme constant sur la surface d'intégration (pour un  $r$  donné)

L'ÉLÉMENT D'INTÉGRATION, N'INCLUE PAS  $r$ ,

AINSI CELA PERMET DE SORTIR  $e^{ikr}$  DE L'INTÉGRALE

MAIS NE PERMET PAS

DE RETROUVER LA FORMULE DE LA

TRANSFORMÉE DE FOURIER QUI

SIMPLIFIERA

L'ANALYSE DES

DIFFRACTIONS

EN OPTIQUE

ONDULAIRE !!!

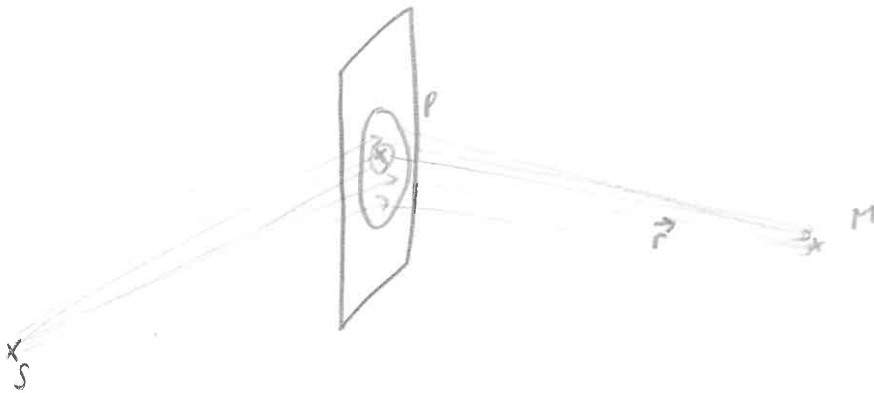




IL EST POSSIBLE QUE L'INTERPRÉTATION  
PRÉCÉDENTE SOIT ERRONÉE ET QUE

LA FORMULE DE FRESNEL KIRSCHOFF

SOIT SIMPLEMENT UNE SOMME DE TOUTES  
LES ONDES FONDAMENTALES SPHÉRIQUES (QUE  
PASSENT DANS LA PUPILLE DIFFRACTANTE)

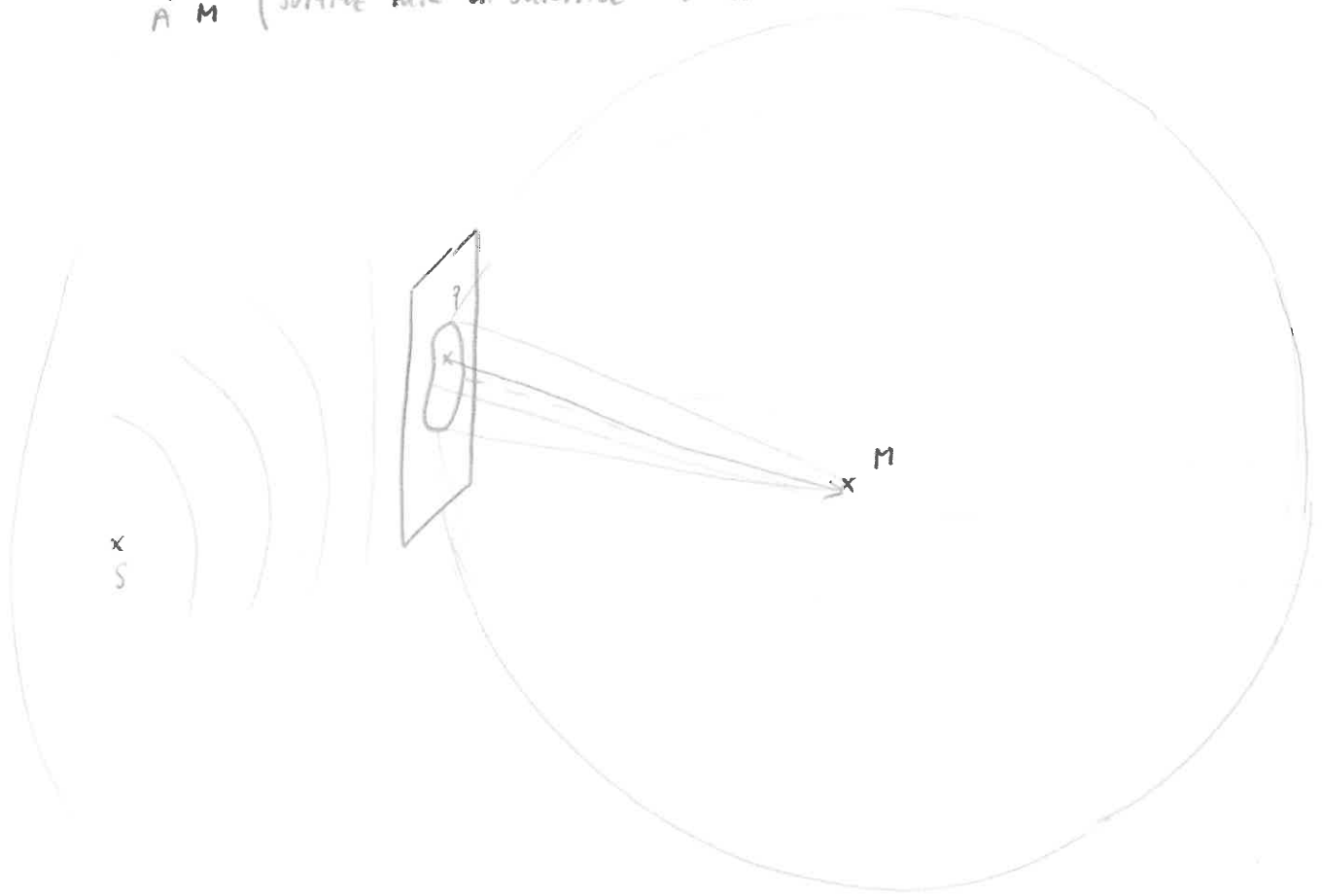


$$d\varphi(M) = K d\varphi(P) \frac{e^{i k r}}{r}$$

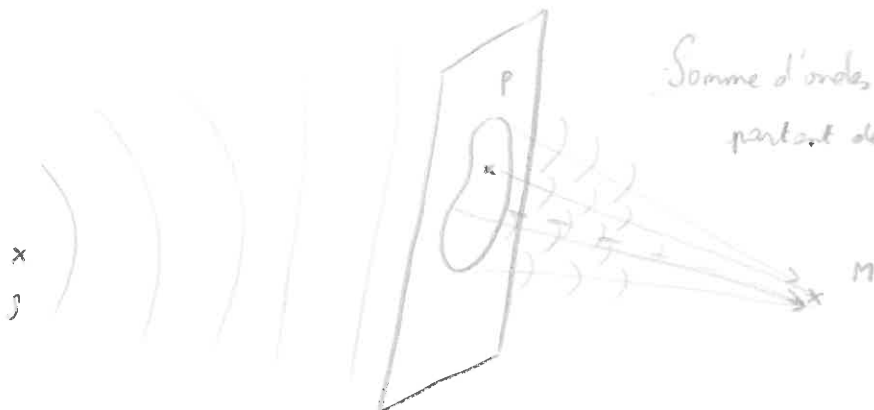
$$\iint_{\text{ouverture}} d\varphi(M) = \iint_{\text{ouverture}} K d\varphi(P) \frac{e^{i k r}}{r}$$

⇒ IL NE S'AGIT DONC PAS D'UNE SPHERE DE PROPAGATION AUTOUR DE M  
 DE RAYON  $r$  ET LIMITEE A LA SURFACE DE LA PUPILLE DIFFRACTANTE

**MAIS** PLUTOT UNE SOMME D'ONDES SPHERIQUES SECONDAIRES PARTANT DE P ET ARRIVANT  
 A M (SOMME SUR LA SURFACE DE LA SOURCE D'ONDES SPHERIQUES)

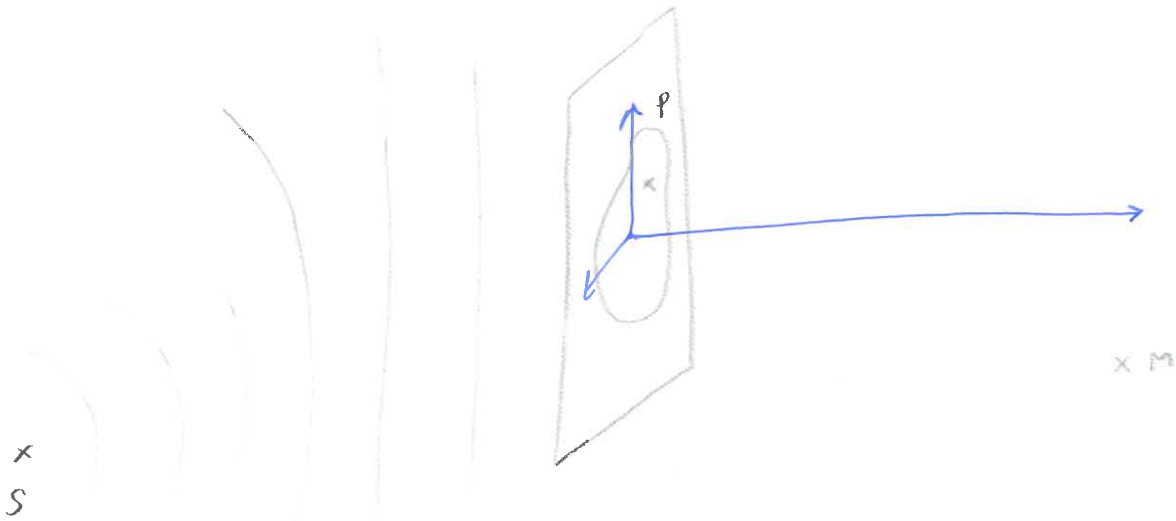


MODELE  
 ERRONE,  
 A LA PLACE :



Somme d'ondes spheriques de normes  $K \psi(P)$   
 partant de P et arrivant en M

Sélection du référentiel pour l'intégration dans la formule de Fresnel Kirschhoff :



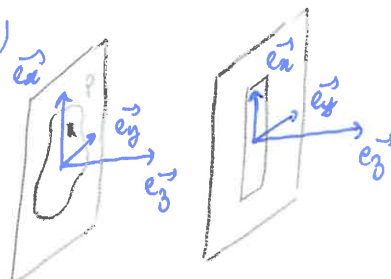
LE RÉFÉRENTIEL CHOISI POUR L'INTÉGRATION DE LA FORMULE DE FRESNEL KIRSCHOFF  
PART DE LA SOURCE DES ONDES SPHÉRIQUES SECONDAIRES

(ET)

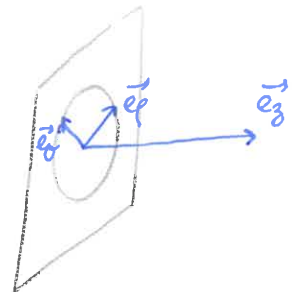
2 VECTEURS DE LA BASE DU RÉFÉRENTIEL SONT DANS LE PLAN DE LA FENTE DIFFRACTANTE  
LE DERNIER VECTEUR DIRECTEUR EST PROPORTIONNEL À CE PLAN

2 POSSIBILITÉS DE BASE POSSIBLE EN FONCTION DE LA GÉOMÉTRIE DE LA FENTE DIFFRACTANTE :

BASE CARTÉSIENNE (CAS GÉNÉRAL,  
PARTICULIÈREMENT ADAPTÉE À DES FENTES  
RECTANGULAIRES)

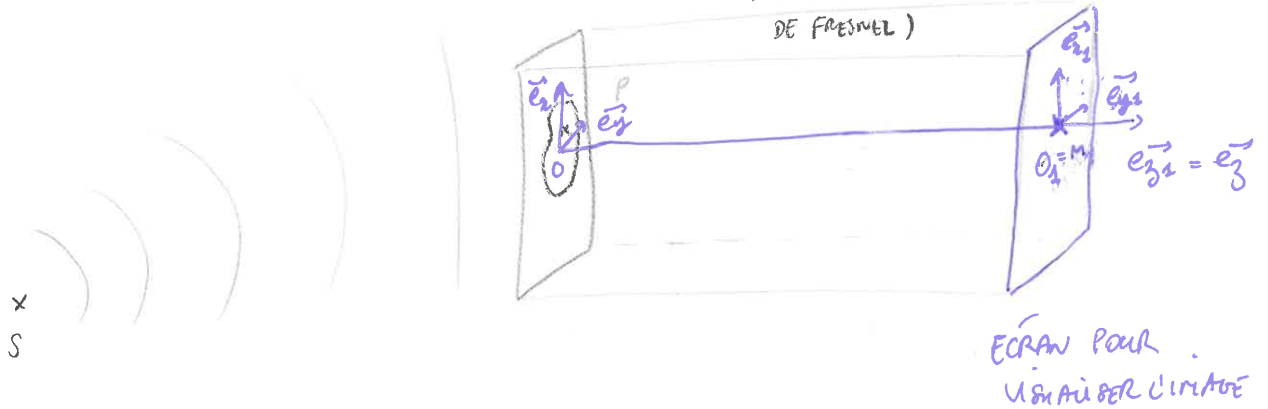


BASE POLAIRE (PARTICULIÈREMENT  
ADAPTÉE À DES FENTES CIRCULAIRES)

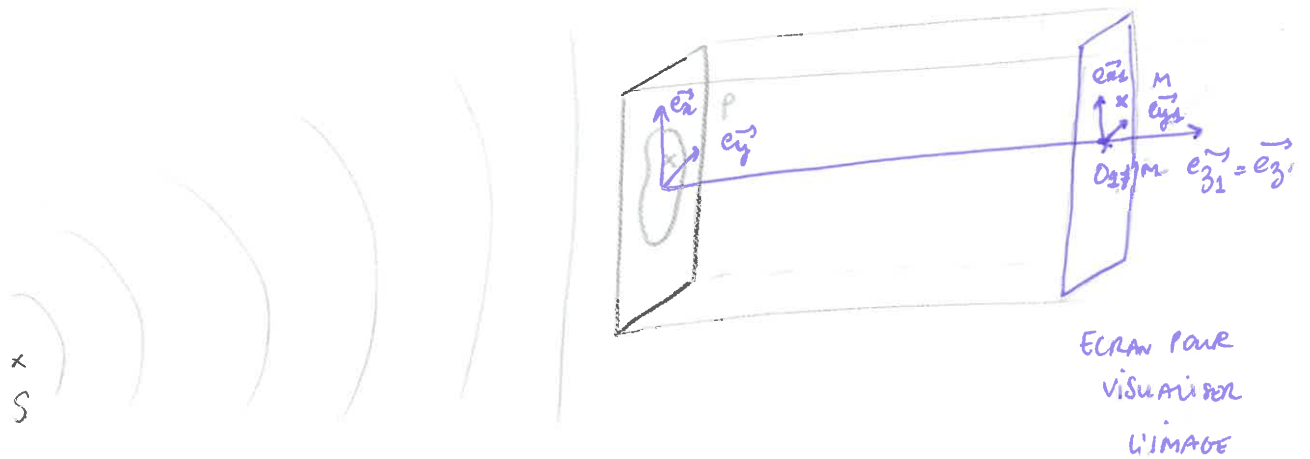


LE POINT M SE TROUVE SUR UN ÉCRAN, IL Y A CEPENDANT DEUX CAS À DISTINGUER :

- CAS OÙ M EST DANS L'AXE DE LA PUPILLE DIFFRACTANTE : (CAS PARTICULIER QUI PERMET DE SIMPLIFIER LES CALCULS DANS LA DIFFRACTION DE FRESNEL)



- CAS OÙ M N'EST PAS DANS L'AXE DE LA PUPILLE DIFFRACTANTE : (CAS GÉNÉRAL)

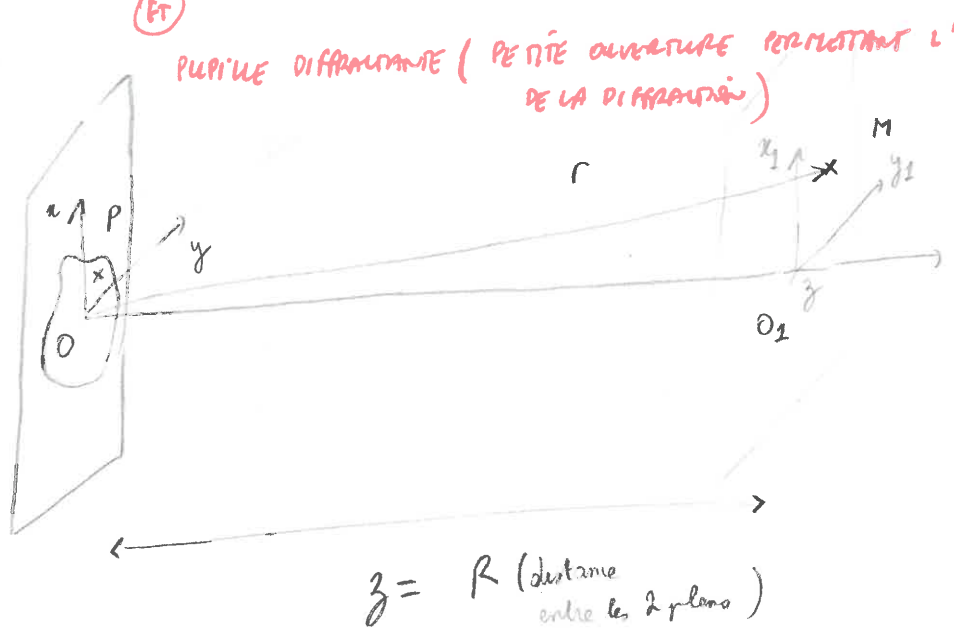


SOLUTION 2: UTILISATION DES COORDONNÉES CARTÉSIENNES (CAS GÉNÉRAL) OU EN COORDONNÉES POLAIRES (OUVERTURE CIRCULAIRE)

NE PAS CONFONDRE : DIAPHRAGME (PETITE OUVERTURE SANS DIFFRACTION POUR PRENDRE UNE SEULE RAYONNEMENT) ET PUPILLE DIFFRACTANTE (PETITE OUVERTURE PERMETTANT L'ÉTUDE DE LA DIFFRACTION)



DESCRIPTION  
CUBIQUE DE  
L'ESPACE  
EN COORDONNÉES  
CARTÉSIENNES  
(CAS GÉNÉRAL)



- CAS où P EST AU CENTRE DE LA PUPILLE DIFFRACTANTE ( $O = P$ ):  
(DANS CE CAS:  $r = r_0$ !!!)

$$r^2 = z^2 + x_1^2 + y_1^2$$

$$\Rightarrow r^2 = R^2 + x_1^2 + y_1^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 + x_1^2 + y_1^2}$$

$$\Rightarrow r = R \sqrt{1 + \frac{x_1^2}{R^2} + \frac{y_1^2}{R^2}}$$

Pour  $x_1 \ll R$  et  $y_1 \ll R$ , le développement limité de la racine carrée est possible

$$\Rightarrow r \approx R \left( 1 + \frac{1}{2R^2} (x_1^2 + y_1^2) \right)$$

$$\Rightarrow r \approx R + \frac{1}{2R} (x_1^2 + y_1^2)$$

$\frac{1}{2R}$   
 $z$

$$\Rightarrow r \approx R + \frac{z}{2R} \left( \frac{x_1^2}{R^2} + \frac{y_1^2}{R^2} \right)$$

$\rightarrow$  MODÈLE DE POISSON LA DIFFRACTION PROXIME (DIFFRACTION DE PRISME)

- CAS GÉNÉRAL : LA SOURCE SECONDAIRE P N'EST PAS PLACÉE AU CENTRE DE LA PUPILLE

DIFFRACTANTE ( $O \neq P$ )

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{R^2}{4} + (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$$

$$= R \sqrt{1 + \left(\frac{x-x_1}{R}\right)^2 + \left(\frac{y-y_1}{R}\right)^2}$$

Si  $\Delta x = x - x_1$  et  $\Delta y = y - y_1$  sont TOUS deux  $\ll R (= z)$  ALORS LE DÉVELOPPEMENT LIENÉ EN RAUVE CARRÉE PEUT ÊTRE EFFÉCTUÉ :

$$r \approx R \left( 1 + \frac{1}{2R^2} \left( (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 \right) \right)$$

$$\Rightarrow r \approx R + \frac{R}{2} \left( \left(\frac{x-x_1}{R}\right)^2 + \left(\frac{y-y_1}{R}\right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow r \approx R + \frac{R}{2} \left( \frac{x^2}{R^2} + \frac{x_1^2}{R^2} - \frac{2xx_1}{R^2} + \frac{y^2}{R^2} + \frac{y_1^2}{R^2} - \frac{2yy_1}{R^2} \right)$$

En posant  $\alpha = \frac{x_1}{R}$  et  $\beta = \frac{y_1}{R}$

$$\Rightarrow r \approx R + \frac{1}{2R} (x^2 + y^2) + \frac{R}{2} (\alpha^2 + \beta^2) - (x\alpha + y\beta)$$

HOM (CAS PRÉCÉDENT !!!)

$$\Rightarrow r \approx \left( R \left( 1 + \frac{1}{2} (\alpha^2 + \beta^2) \right) \right) + \frac{1}{2R} (x^2 + y^2) - (x\alpha + y\beta)$$

$$\Rightarrow r \approx r_{00} + \frac{1}{2R} (x^2 + y^2) - (x\alpha + y\beta)$$

!!! LA FORMULE DE FRESNEL KIRSHOFF N'EST ÉTABLIE QUE POUR  $r \gg \lambda$  !!!

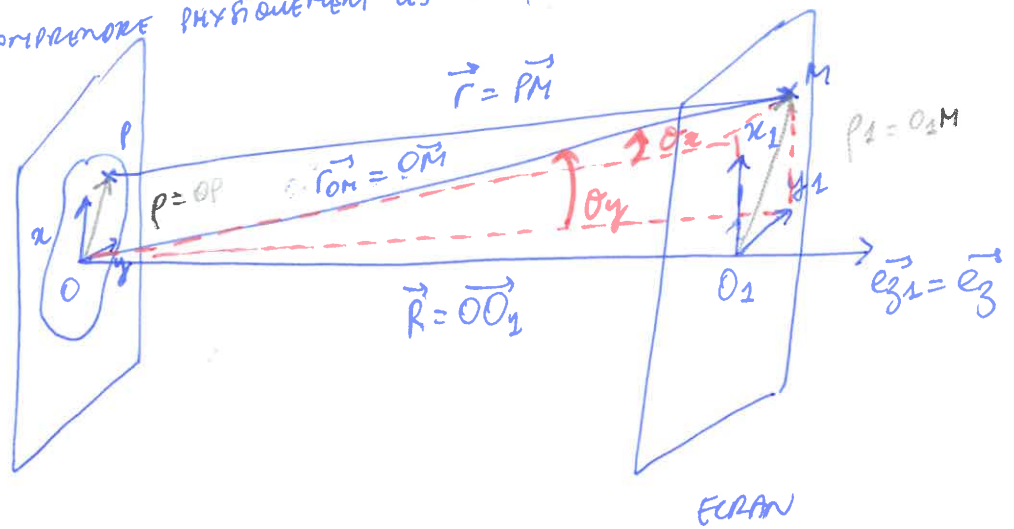
Planéens les sont à distinguer :

- Lorsque  $R \rightarrow +\infty$  (diffraction à l'infini = diffraction de Fraunhofer) alors :  $r \approx r_{00} - (x\alpha + y\beta)$
- Lorsque  $R \rightarrow 0$  (et non  $r \rightarrow 0$  qui ne pourrait être modélisé par la formule de Fresnel Kirshoff) : (diffraction en champ moyen proche = diffraction de Fresnel), alors  $r \approx r_0 + \frac{1}{2R} (x^2 + y^2)$

Autre développement possible de la distance  $r$  [fente - physique - fr (...)]

### Optique Ondulatoire

- NON PAS EN FONCTION DE  $OO_1$  MAIS UNIQUEMENT EN FONCTION DE  $O$
- $\Rightarrow$  NE PERMET PAS DE CHANGEMENT DE COORDONNÉES (QUI NÉCESSITE UN CHANGEMENT DE BASE)
- $\Rightarrow$  PERMET DE BIEN MIEUX COMPARAISON PHYSIQUEMENT LES SIMPLIFICATIONS EFFECTUÉES !!!



FENTE DIFFRACTANTE

$$\vec{r} = \vec{PM} = \vec{PO} + \vec{OM} = \vec{OM} - \vec{OP}$$

$$\Rightarrow r^2 = OM^2 + OP^2 - 2 \vec{OM} \cdot \vec{OP} \quad (= r_{OM}^2 + p^2 - 2 r_{OM} \cdot p \cdot \cos \epsilon)$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{r^2} = OM \sqrt{1 + \left( \frac{OP^2}{OM^2} - 2 \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM^2} \right)}$$

$$\Rightarrow r \approx OM \left( 1 - \frac{OP^2}{OM^2} - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM^2} \right)$$

$$\Rightarrow r \approx OM \left( 1 - \frac{OP^2}{OM^2} - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM^2} \right)$$

De plus comme en champ lointain  $OP \ll OM$  :

$$r \approx OM \left( 1 - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM^2} \right)$$

$$\Rightarrow r \approx OM - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM}$$

En posant :

$$\sin \alpha = \frac{x_1}{OM} \quad \text{et} \quad \sin \beta = \frac{y_1}{OM}$$

$$\Rightarrow r \approx OM - x \sin \alpha - y \sin \beta$$

LIEN ENTRE LES DEUX DESCRIPTIONS :

$$\alpha = \frac{x_1}{OO_1} = \frac{x_1}{R} = \frac{x_1}{OM + MO_1} = \frac{x_1}{OM - O_1M} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{y_1}{OO_1} = \frac{y_1}{R} = \frac{y_1}{OM + MO_1} = \frac{y_1}{OM - O_1M}$$

EN CHAMP LOINTAIN :  $O_1M \ll OM \approx OM \approx OO_1$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{x_1}{OM} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{y_1}{OM}$$

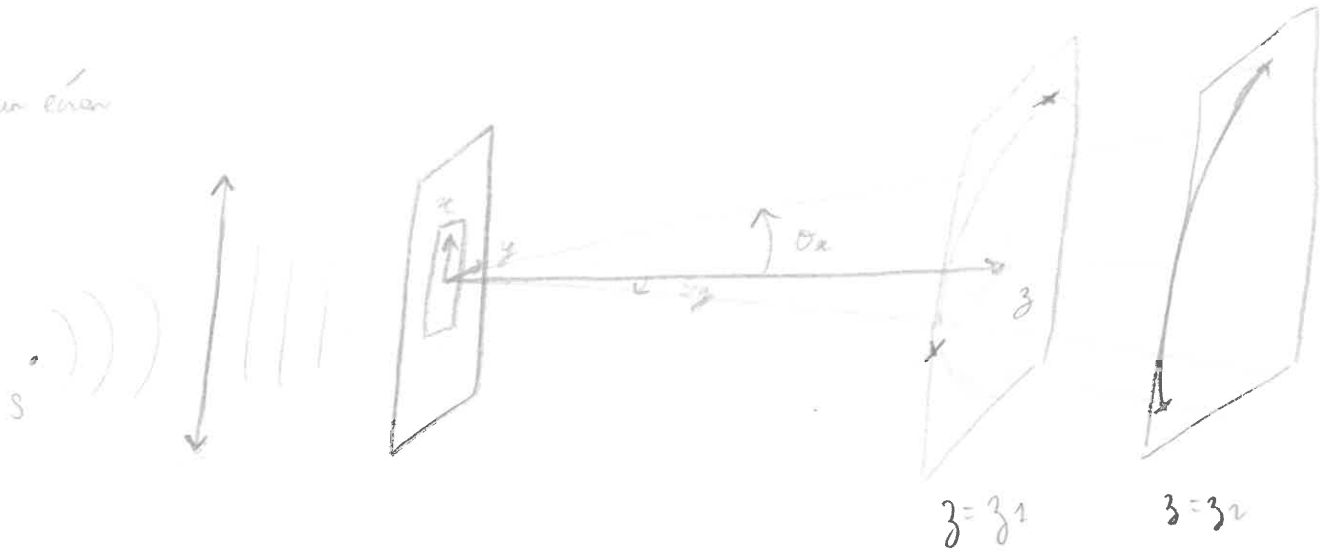
PAR IDENTIFICATION ENTRE LES 2 DESCRIPTIONS :

$$\sin \alpha = \alpha \quad \text{et} \quad \sin \beta = \beta$$

## Avantages des $\sin(\theta_x)$ et $\sin(\theta_y)$ :

- permettent d'obtenir l'expression de  $\varphi(M)$  à partir de la pupille diffractante uniquement : NE DÉPEND PAS DE LA PLACE DE L'ÉCRAN

Cas 1: avec un écran



La taille de la tache centrale est définie par les extrémités de la pupille diffractante

⇒ l'égalité  $\sin(\theta_x) = \frac{x_1}{R_1} = \frac{x_2}{R_2}$  dépend donc de l'endroit où est placé l'écran !!!

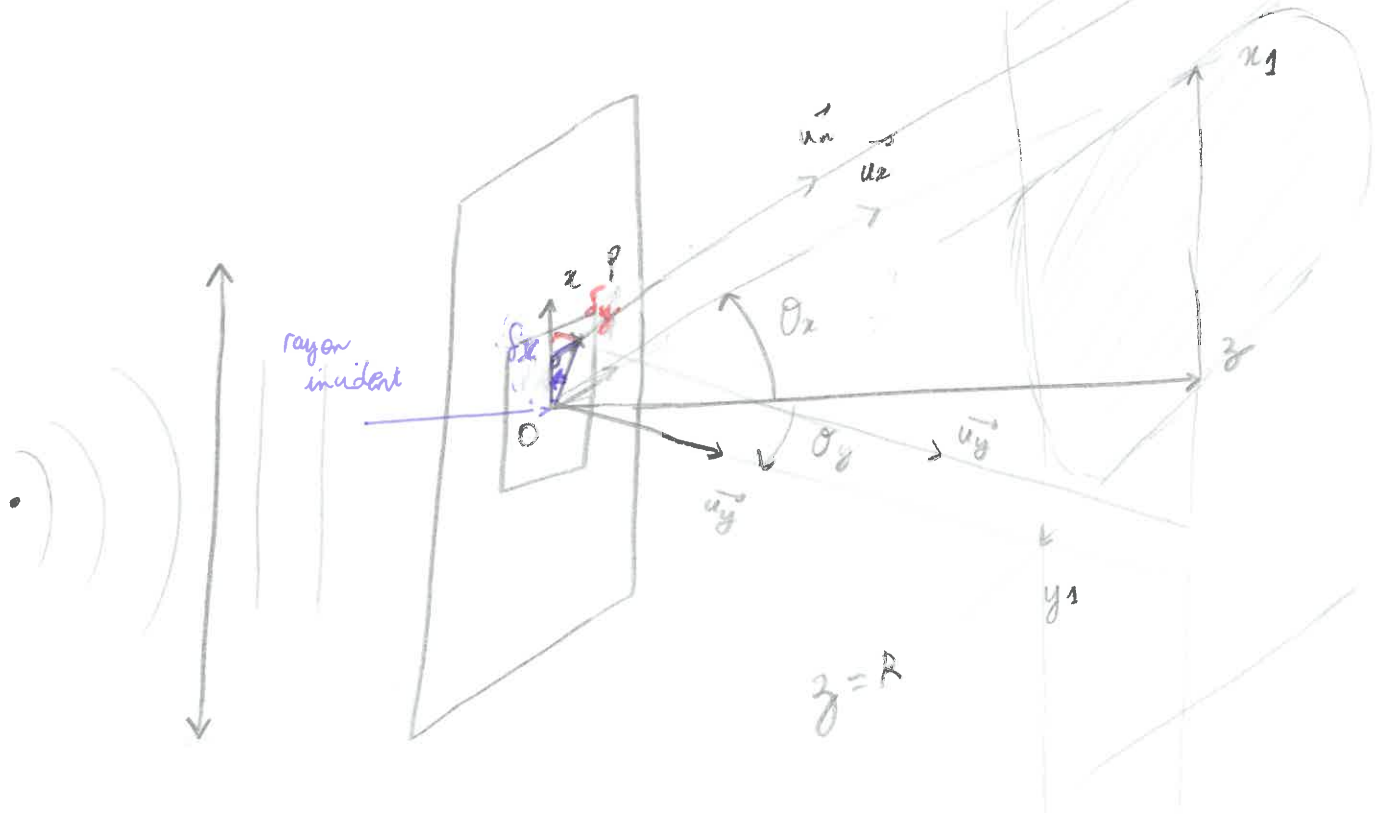
(même remarque pour  $\sin(\theta_y) = \frac{y_1}{R_1} = \frac{y_2}{R_2}$ )

Ainsi plus l'on éloigne l'écran plus la taille de la tache centrale augmente

En réalité les rayons diffractés en champ lointain (diffraction de Fraunhofer) sont quasi-parallèles, ils convergent tous vers un point M pour chaque point P (=) vers une tache centrale de taille maximale pour tous les points P de la pupille diffractante) à l'infini

CEPENDANT L'INTENSITÉ LUMINEUSE DE LA TACHE CENTRALE DÉCROÎT AVEC LA DISTANCE !!!

Lien entre  $(\theta_x, \theta_y)$  et  $(x_1, y_1)$ :



La différence de marche de l'onde (source secondaire) au point P par rapport au point O est:

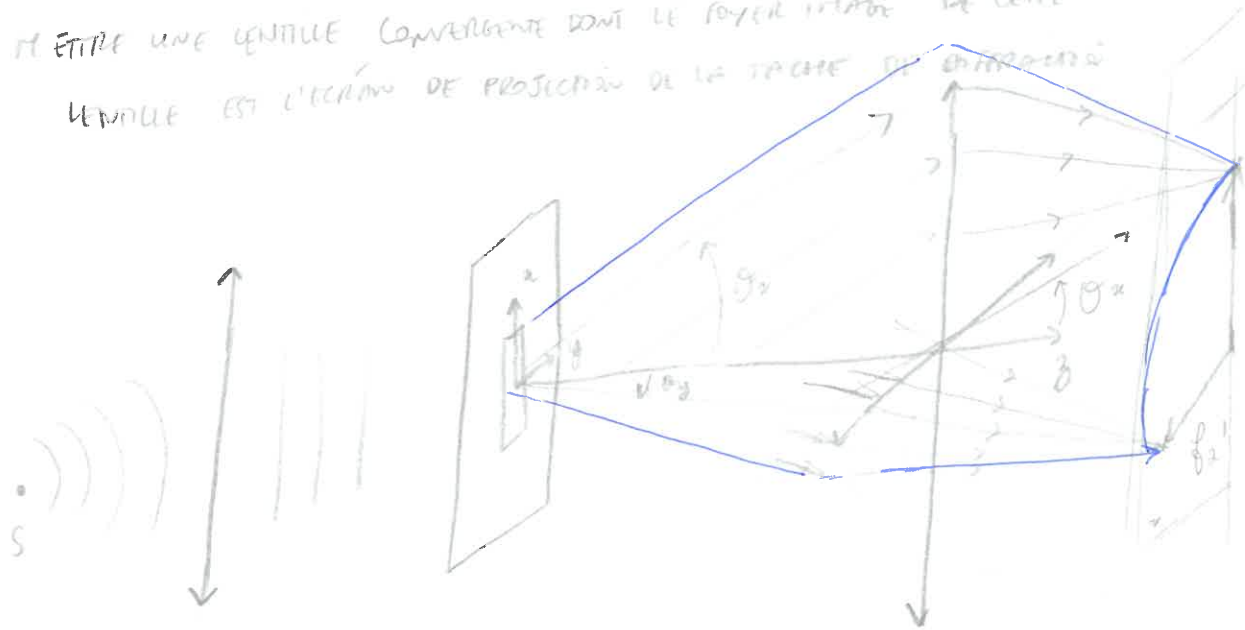
$$\delta_x = \tan(\theta_x) \times x \approx \sin(\theta_x) x \quad \text{sur } \vec{e}_x$$

$$\delta_y = \tan(\theta_y) \times y \approx \sin(\theta_y) y \quad \text{sur } \vec{e}_y$$

$$\varphi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e}{r_{0M}} \iint_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(0) dx dy = \frac{i}{\lambda} \frac{e}{r_{0M}} \iint_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(0) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (\delta_x + \delta_y)} dx dy$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e}{r_{0M}} \iint_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(0) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (x \sin(\theta_x) + y \sin(\theta_y))} dx dy$$

(AS2 (SOLUTION)) : IL ÉTIRE UNE LENTILLE CONVERGENTE DONT LE FOCAL IMAGÉ DE CETTE LENTILLE EST L'ÉCRAN DE PROJECTION DE LA TACHE DE DIFFRACTION



LA LENTILLE DOIT ÊTRE CONVERGENTE SUR L'AXE  $\vec{e}_x$  ET SUR L'AXE  $\vec{e}_y$  (EN 2 DIMENSIONS)



LA TAILLE DE LA TACHE CENTRALE DÉPEND DE LA DIFFRACTION DES EXTREMITÉS DE LA PUPILLE DIFFRACTANTE SAUF AVEC UNE LENTILLE CONVERGENTE QU'ELLE EST ÉGALE À LA TAILLE QU'AURAIT LA TACHE SANS LENTILLE SI UN ÉCRAN ÉTAIT PLACÉ À LA DISTANCE DE LA LENTILLE

Dans ce cas l'intensité lumineuse n'est presque pas diminuée :

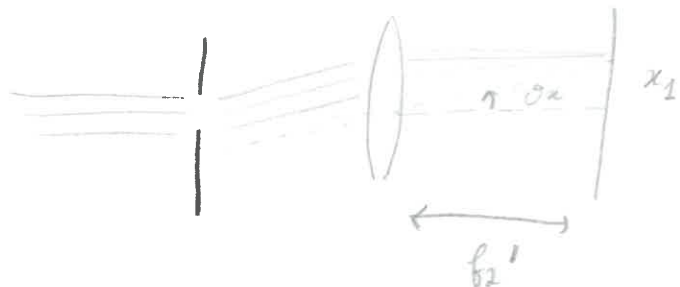
$$I = \frac{\varphi(0)^2 e^{-2ik\sigma_0} ab}{(\sigma_0)^2 4R^2} \text{Sinc}^2\left(k \frac{a}{2} \sin(\theta_x)\right) \text{Sinc}^2\left(k \frac{b}{2} \sin(\theta_y)\right)$$

$\sigma_0 = r_{\text{pupille diffractionnelle}}$

Dans ce cas :

$$\sin(\theta_x) \approx \frac{x_1}{f_2'}$$

$$\sin(\theta_y) \approx \frac{y_1}{f_2'}$$



$$\Psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \iint_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \Psi(P) dx dy$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \Psi(0) e^{-ik(S_x + S_y)} dx dy$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \Psi(0) \left[ \frac{e^{-ik(S_x)} - 1}{-ik} \right]_{-a/2}^{a/2} \left[ \frac{e^{-ik(S_y)} - 1}{-ik} \right]_{-b/2}^{b/2}$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \Psi(0) \left( \frac{2 \frac{e^{-ik \frac{a}{2} \sin(\theta_x)} + 1}{+ik}}{+ik} \right) \left( \frac{2 \frac{e^{-ik \frac{b}{2} \sin(\theta_y)} + 1}{+ik}}{+ik} \right)$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M} k} \Psi(0) (ab) \times \frac{\sin(k \frac{a}{2} \sin(\theta_x))}{k \frac{a}{2} \sin(\theta_x)} \times \frac{\sin(k \frac{b}{2} \sin(\theta_y))}{k \frac{b}{2} \sin(\theta_y)}$$

$$= \frac{i e^{-ikr_{0M}}}{\lambda r_{0M} k} \Psi(0) ab \operatorname{sinc} \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right) \operatorname{sinc} \left( k \frac{b}{2} \sin(\theta_y) \right)$$

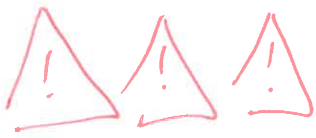
$$I = \langle \Psi(M) \Psi(M)^* \rangle_{\Sigma}$$

$$= \frac{e^{-2ikr_{0M}} \Psi(0)^2 a^2 b^2}{\lambda^2 r_{0M}^2 k^2} \operatorname{sinc}^2 \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right) \operatorname{sinc}^2 \left( k \frac{b}{2} \sin(\theta_y) \right)$$

Dauerstrahlung

$$= \frac{e^{-2ikr_{0M}} \Psi(0)^2 a^2 b^2}{4\pi^2 r_{0M}^2} \operatorname{sinc}^2 \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right) \operatorname{sinc}^2 \left( k \frac{b}{2} \sin(\theta_y) \right)$$

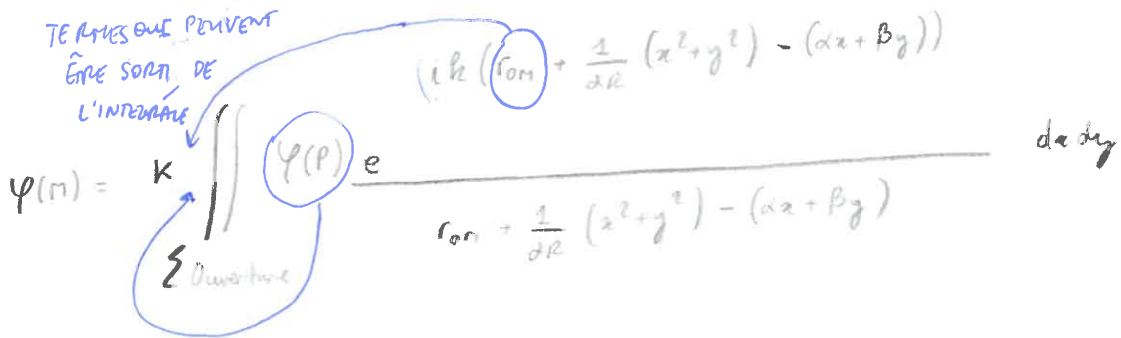
En appliquant la formule de Fresnel Kirchhoff



LA THÉORIE DE FRESNEL KIRCHHOFF N'EST PAS VALABLE EN CHAMP TRÈS PROXIME (UNIQUEMENT LA THÉORIE

ELECTROMAGNÉTIQUE DE MAXWELL EST VALABLE DANS CE CAS)

LA RÈGLE SUPPOSE  $r \gg \lambda$



$$r = \sqrt{R^2 + (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$$

Fresnel  
(THÉORIE DES PORTÉES DES ONDES SPHÉRIQUES)

$$r \approx R + \frac{1}{2R} (x_1^2 + y_1^2) + \frac{1}{2R} (x^2 + y^2)$$

(ou) (autre description similaire)

$$\begin{aligned} r = PM &= \sqrt{OM^2 + OP^2 - 2\vec{OM} \cdot \vec{OP}} \\ &\approx OM \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{OP^2}{OM^2} - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM^2} \right) \\ &\approx OM + \frac{1}{2} \frac{OP^2}{OM} - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM} \\ &\approx OM + \frac{1}{2} \frac{OP^2}{OM} \quad (\text{en champ proche}) \end{aligned}$$

+ Séparation des cas pour simplifier les calculs:  
- les M dans l'axe de la fente

- ca. M dérivé de la fente

Franhofer  
(THÉORIE RESPONSABLE DES ONDES PLANES)

$$r \approx R + \frac{1}{2R} (x_1^2 + y_1^2) - (x_1 x + y_1 y)$$

(ou) (autre description similaire)

$$\begin{aligned} r = PM &= \sqrt{OM^2 + OP^2 - 2\vec{OM} \cdot \vec{OP}} \\ &\approx OM \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{OP^2}{OM^2} - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM^2} \right) \\ &\approx OM + \frac{1}{2} \frac{OP^2}{OM} - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM} \\ &\approx OM - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM} \quad (\text{en champ lointain}) \end{aligned}$$

+ simplification partielle du dénominateur mais

# DOMAINE DE VALIDITÉ DES FORMULES:

Distance pupille diffractante-écran	$z(r) \sim \lambda$	$z(r) \gg \lambda$	$z \gg \lambda$ (E) $z \gg \frac{a^2}{\lambda}$ (r)
Théorie valide	MAXWELL	HUYGENS - FRESNEL	FRANHOFFER
		EQUATION DE FRESNEL KIRSCHOFF VARIABLE	
	CHAMP TRÈS PROXIME	CHAMP PROXIME	CHAMP LOINTAIN

Approximation paraxiale:  $OM \approx R = z$

Etablissement de la condition aux limites pour l'approximation de Fraunhofer:

il faut que le terme  $\frac{OP^2}{OM^3} \ll \lambda$  (???)

Comme  $OP_{max}$  = taille de la pupille diffractante =  $a$  et  $OM \approx z$  dans l'approximation paraxiale

$$\Rightarrow z \gg \frac{a^2}{\lambda}$$

Parage à l'intensité lumineuse reçue en M:

$$I(M) \propto \langle \psi(M) \cdot \psi(M)^* \rangle_C$$

$$\propto I_0 \left[ 1 - \cos \left( \quad \right) \right] \quad ???$$

1) Diffraction en champ proche ( $\lambda \ll r$  et  $\lambda^2 \ll a^2$ ) ; diffraction de Fresnel

Etude dans le cas général : utilisation des coordonnées cartésiennes

$$\varphi(M) = \frac{\lambda (\omega_1(\theta_1) + \omega_2(\theta_2))}{2\lambda} \iint_{\Sigma_{ouverture}} \varphi(P) \frac{e^{ik(r_{0M} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2)) - (\alpha x + \beta y)}}{r_{0M} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2) - (\alpha x + \beta y)} dx dy$$

$\Sigma_{ouverture}$

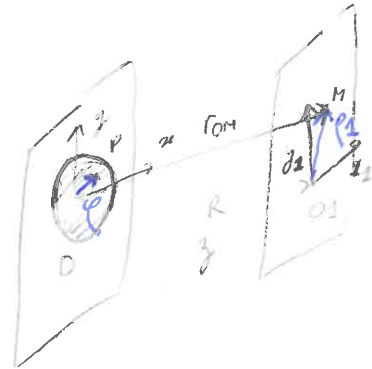
TERME QUI PEUT ÊTRE SORTI DE L'INTEGRALE

$$\Rightarrow \varphi(M) = \frac{\lambda (\omega_1(\theta_1) + \omega_2(\theta_2))}{2\lambda} \iint_{\Sigma_{ouverture}} \varphi(P) \frac{e^{ik(r_{0M} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2))}}{r_{0M} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2)} dx dy$$

a) Cas d'une fente unilatérale:

$$\varphi(M) = K \varphi(P) \times \iint_{\Sigma_{ouverture}} \frac{e^{ik(r_{0M} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2))}}{r_{0M} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2)} dx dy$$

CONSTANTE EN  $x, y$



En passant en coordonnées polaires:  $\rho^2 = x^2 + y^2$ ,  $z = r_{0M}$  (mais)  $z = R$  et  $r_{0M} = R^2 + \rho^2$

$$\varphi(M) = K \varphi(P) \times \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{e^{ik(R + \frac{1}{2R}\rho^2)}}{R + \frac{1}{2R}\rho^2} \rho d\rho d\theta$$

$$= \frac{K \varphi(P) \times 2\pi}{\theta = R} \left[ \int_0^a \frac{e^{ik(R + \frac{1}{2R}\rho^2)}}{R + \frac{1}{2R}\rho^2} \rho d\rho \right]$$

DEVELOPPEMENT SIMILAIRE AU CAS D'UNE DIFFRACTION PAR UN TROU HORS DE L'AXE DEVELOPPEE DANS [femto-physique.fr / Cours de Physique (Optique Ondulatoire)]

Dans le cas simple où le point M est sur l'axe z (confondu à  $O_3$ ):

$$\varphi(M) = k \varphi(P) \iint \frac{e^{ik(R + \frac{1}{2R}(x^2+y^2))}}{R + \frac{1}{2R}(x^2+y^2)} dx dy$$

$$= k \varphi(P) \iint \frac{e^{\frac{ik}{R}(R^2 + \frac{1}{2}(x^2+y^2))}}{\frac{1}{R}(R^2 + \frac{1}{2}(x^2+y^2))} dx dy$$

$$= k \varphi(P) R \iint \frac{e^{\frac{ik}{R}(\sqrt{R^2+(x^2+y^2)})}}{\sqrt{R^2+(x^2+y^2)}} dx dy$$

si  $x^2+y^2 \ll R^2$

En passant aux coordonnées polaires:  $\rho = \sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow \rho^2 = x^2+y^2$ , et  $z^2 = R^2$

$$\Rightarrow \varphi(M) = k \varphi(P) R \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{e^{\frac{ik}{R}\sqrt{R^2+\rho^2}}}{\sqrt{R^2+\rho^2}} \rho d\rho d\theta$$

$$\Rightarrow \varphi(M) = k \varphi(P) R 2\pi \left[ \frac{i}{k} e^{\frac{ik}{R}\sqrt{R^2+\rho^2}} \right]_0^a$$

$$\Rightarrow \varphi(M) = \frac{k \varphi(P) R 2\pi i}{k} \left( e^{\frac{ik}{R}\sqrt{R^2+a^2}} - e^{\frac{ik}{R}R} \right)$$

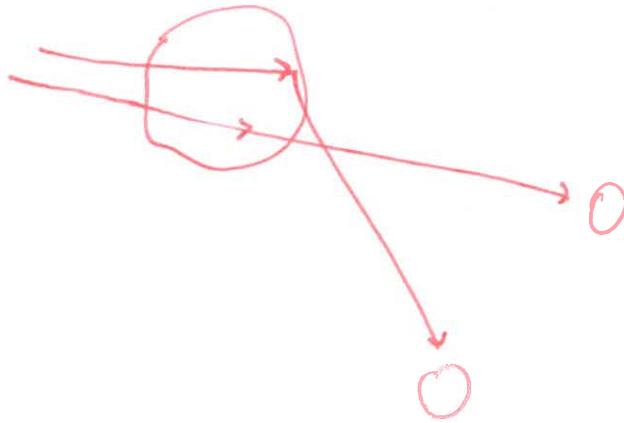
$$\Rightarrow \varphi(M) = i \varphi_0 \left( e^{\frac{ik}{R}\sqrt{z^2+a^2}} - e^{\frac{ik}{R}z} \right)$$

D'après [Feynman - physique classique / Optique ondulatoire]

$$\psi(x) = i\phi_0 e^{ik\sqrt{z^2+a^2}} - i\phi_0 e^{ikz}$$



RÉSULTAT FONDAMENTAL QUI SUPPOSE QUE LA LUMIÈRE EST UNE PARTICULE !!!



⇒ RÉSULTAT QUI SUPPOSE QU'UNE PARTIE DE LA LUMIÈRE PASSE DANS LA FENTE, L'AUTRE PARTIE (CELLE QUI ARRIVE SUR LES BORDS) REBONDI SUR LES BORDS

**MAIS** LE RÉSULTAT OBTENU (LA FENTE DE DIFFRACTION) INCLUT DES ZONES ÉCLAIRÉES ET DES ZONES SOMBRES



COMMENT EXPLIQUER LE RÉSULTAT DE MANIÈRE CORPUSCULAIRE???



2) Diffraction en champ lointain ( $\lambda \ll r$  et  $\lambda^2 \gg a^2$ ) : diffraction de Fraunhofer

[Étude du cas général utilisation des coordonnées cartésiennes :

car la série géométrique et l'écran sont impaires à l'infini : utilisation

$$\varphi(M) = \frac{i}{2\lambda} (\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2)) \iint_{\Sigma_{ouverture}} \varphi(P) \frac{e^{ik(r_{OM} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2) - (\alpha x + \beta y))}}{r_{OM} + \frac{1}{2R}(x^2+y^2) - (\alpha x + \beta y)} dx dy$$

TERME QUI PEUT ÊTRE SORTI DE L'INTEGRALE NE DÉPEND QUE DE  $z (= R)$  ET  $x_1, y_1$

$$\Rightarrow \varphi(M) = \frac{i}{2\lambda} \iint_{\Sigma_{ouverture}} \varphi(P) \frac{e^{ik(r_{OM} - (\alpha x + \beta y))}}{r_{OM} - (\alpha x + \beta y)} dx dy$$

TERME QUI PEUT ÊTRE CONSIDÉRÉ CONSTANT SI  $r$  EST CONSTANT

$$\Rightarrow \varphi(M) = \frac{i \varphi(P)}{2\lambda} \iint \frac{e^{ik(r_{OM} - (\alpha x + \beta y))}}{r_{OM} - (\alpha x + \beta y)} dx dy$$



COMME ON PLACE L'ÉCRAN TRÈS LOIN :

$$r_{OM} \approx R = z$$

(ET)

$r_{OM} \gg \alpha x + \beta y$ . MAIS PAS LE TERME DE PHASE

$$ik(r_{OM} - (\alpha x + \beta y)) \neq ik r_{OM}$$

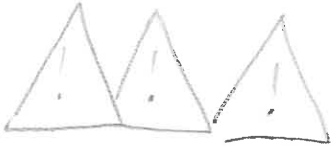
CAR LA PHASE EST IDENTIQUE À

LOT PRÈS DONC CELA ANNULE

L'EFFET DE LA COMPARAISON DES DISTANCES !!!

$$\Rightarrow \varphi(M) \approx \frac{i \varphi(P)}{2\lambda} e^{ik r_{OM}} \iint \frac{e^{-ik(\alpha x + \beta y)}}{r_{OM}} dx dy$$

$$\Rightarrow \varphi(M) \approx \frac{i \varphi(P)}{2\lambda} \frac{e^{ik r_{OM}}}{r_{OM}} \iint e^{-ik(\alpha x + \beta y)} dx dy$$



DANS LA MAJORITÉ DES DEVELOPPEMENTS DE LA  
LITTÉRATURE  $\varphi(P)$  N'EST PAS SOUS L'INTEGRALE :

$$\varphi(M) = \frac{i}{d} \frac{e^{-i k r_{0M}}}{r_{0M}} \iint \varphi(P) e^{-i k (\alpha x + \beta y)} dx dy$$

OU DE MANIÈRE EQUIVALENTE [fonto - physique fr / ... /  
Optique Ondulatoire] :

$$\varphi(M) = \frac{1}{\lambda} \frac{e^{-i k r_{0M}}}{r_{0M}} \iint \varphi(P) e^{-i k (x \sin \theta_x + y \sin \theta_y)} dx dy$$

RÉSULTAT FONDAMENTAL POUR LA SIMPLIFICATION DE L'ÉTUDE DES FIGURES DE DIFFRACTION EN CHAMP LOINTAIN (DIFFRACTION DE FRAUNHOFER):

$$\psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \iint \psi(P) e^{-ik(\alpha x + \beta y)} dx dy$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \iint \psi(P) e^{-ik\alpha x} e^{-ik\beta y} dx dy$$

TRANSFORMÉE DE FOURIER 2D DE  $\psi(P)$

||

$$TF_{2D}[\psi(P)] = \tilde{\psi}(\alpha, \beta)$$



CE N'EST PAS UNE TRANSFORMÉE DE FOURIER EN FREQUENCE MAIS EN  $\alpha, \beta$

DE LA MÊME MANIÈRE, EN UTILISANT LA DESCRIPTION DE [fente - physique - fr / ... / Optique Ondulatoire] :

$$\psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \iint \psi(P) e^{-ik(\sin(\theta_x) \cdot x + \sin(\theta_y) \cdot y)} dx dy$$

EN SUPPOSANT  $\theta_x$  ET  $\theta_y$  PETITS (APPROXIMATION PETITS ANGLES TOUTES VALEURS EN CHAMP LOINTAIN) :

$$\psi(M) \approx \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0M}}}{r_{0M}} \iint \psi(P) e^{-ik(\theta_x \cdot x + \theta_y \cdot y)} dx dy$$

$$\Rightarrow \varphi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{c}{r_{00}} \iint \varphi(P) e^{-ik r_{00}} e^{-ik \sigma_x \cdot x} e^{-ik \sigma_y \cdot y} dx dy$$

TRANSFORMÉE DE FOURIER DE  $\varphi(P)$   
EN 2 DIMENSIONS

||

$$TF[\varphi(P)] = \mathcal{F}_e(\sigma_x, \sigma_y)$$



CE N'EST PAS UNE  
TRANSFORMÉE DE FOURIER EN FONCTION  
DES FREQUENCES MAIS EN FONCTION  
DE  $(\sigma_x, \sigma_y)$

PAR ANALOGIE ENTRE LES 2 MODELES :

$$\begin{cases} \alpha = \sigma_x \\ \beta = \sigma_y \end{cases}$$

EN GÉNÉRAL  $\psi(P)$  (SOURCE SECONDAIRE) EST CONSTANTE SUR L'OUVERTURE

ET PEUT DONC ÊTRE SORTIE DE L'INTÉGRALE

ERREUR SINON ON NE RETROUVE PAS LE FILTRAGE

$$\Rightarrow \psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_0M}}{r_0M} \times \iint_{-\infty}^{+\infty} \psi(P) \Pi_{2D}(x,y) e^{-\frac{ik}{R}(xx'+yy')} dz da$$

LA DIFFRACTION DE FRAUNHOFER CORRESPOND DONC À UNE

TRANSFORMÉE 2D DE  $\psi(P) \times \Pi_{2D}(x,y)$  :

$$\psi(M) \sim TF_{2D} [\psi(P) \times \Pi_{2D}(x,y)] = \frac{1}{2\pi} TF_{2D} [\psi(P)] * TF_{2D} [\Pi_{2D}(x,y)]$$

Produit de Transformée de Fourier

produit de convolution ( $\equiv$  filtrage)

$$\Rightarrow TF_{2D}^{-1} [\psi(M)] = \psi(P) * \Pi_{2D}(x,y)$$

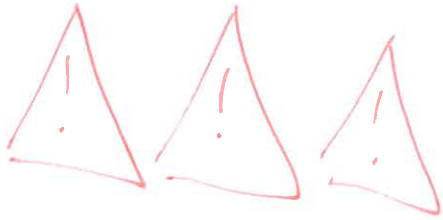
LA DIFFRACTION DE FRAUNHOFER MODÉLISE DONC UN FILTRAGE

(DANS LE DOMAINE DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER) DE

L'ONDE SECONDAIRE REÇUE PAR L'OUVERTURE!!!



EN GÉNÉRAL ON APPELLE LA FONCTION PORTE 2D ( $\Pi_{2D}(x,y)$ ), LA FONCTION TRANSMITTANCE ( $t(x,y)$ )



EN RÉALITÉ ET COMME PRÉCISÉ PAR

CHAT GPT, IL NE S'AGIT PAS DIRECTEMENT

D'UNE TRANSFORMATION DE FOURIER 2D

À CAUSE DES BORNES D'INTÉGRATION !!!

$$F(k) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0m}}}{r_{0m}} \iint_{\substack{b/2 \leq x \leq a/2 \\ -b/2 \leq y \leq a/2}} \varphi(p) e^{-\frac{ik}{R}(xx' + yy')} dx dy$$

MAIS

EN UTILISANT UNE FONCTION PORTE, ON MODIFIE LES BORNES

D'INTÉGRATION POUR OBTENIR UNE TRANSFORMÉE DE FOURIER 2D!!!

$$F(k) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0m}}}{r_{0m}} \iint_{-p}^{+p} \Pi(y) \Pi(x) \varphi(p) e^{-\frac{ik}{R}(xx' + yy')} dx dy$$

$\Pi(y)$   $\Pi(x)$   
 $[-b/2; b/2]$   $[-a/2; a/2]$

$$F(k) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{0m}}}{r_{0m}} \iint_{-p}^{+p} \Pi_{2D}(x, y) \varphi(p) e^{-\frac{ik}{R}(xx' + yy')} dx dy$$

L'intensité lumineuse obtenue est donc : (En 1 dimension  $\equiv$  que sur  $\vec{e}_x$ ) ( $\equiv$  FENTE ET NON TRISOU POUR LA DIFFRACTION)

$$I = \langle \varphi(x) \varphi(x)^* \rangle$$

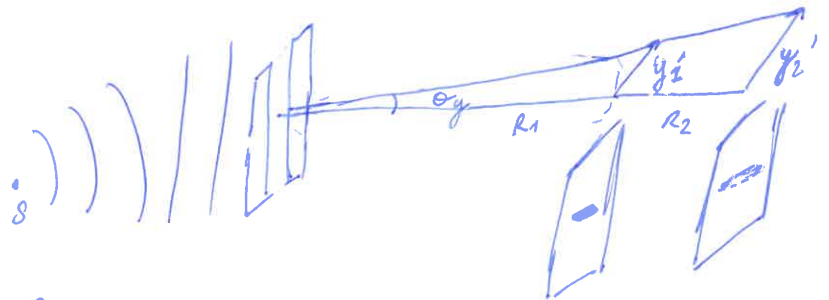
$$= \left\langle \frac{-i^2 \varphi_0^2 e^{i k r_{OM}}}{\lambda^2 r_{OM}^2} \text{sinc}^2 \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right) \right\rangle$$

$$= I_{max} \text{sinc}^2 \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right)$$

$$= \frac{I_{max}' \times a^2}{\lambda^2 r_{OM}^2} \text{sinc}^2 \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right)$$

$$= \frac{I_{max}' \times a^2}{\lambda^2 z_{écran}^2} \text{sinc}^2 \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right)$$

En utilisant l'approximation paraxiale  $r_{OM} \approx R = z$  (position de l'écran)

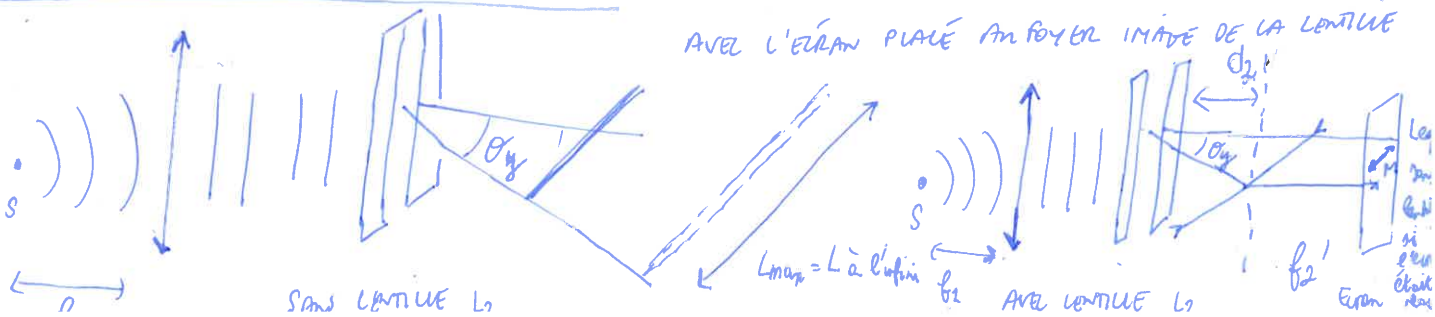


$\Rightarrow$  Plus on recule l'écran de la pupille diffractante ( $\theta_x$  reste inchangé) et plus  $z_{écran}^2 \uparrow \Rightarrow I \downarrow$   
 $\left( \sin(\theta_x) \approx \frac{x}{R} \right)$   
 $\Rightarrow x' \uparrow$

$\Rightarrow$  COMME DANS LA DIFFRACTION DE FRAUNHOFER LES RAYONS DIFFRACTÉS SONT QUASI-PARALLÈLES, ILS NE CONVERGENT QU'À L'INFINI, ANSSI LA LARGEUR DE LA TACHE CENTRALE CONTINUE D'AUGMENTER PLUS L'ÉCRAN S'ÉLOIGNE MAIS SON INTENSITÉ DIMINUE

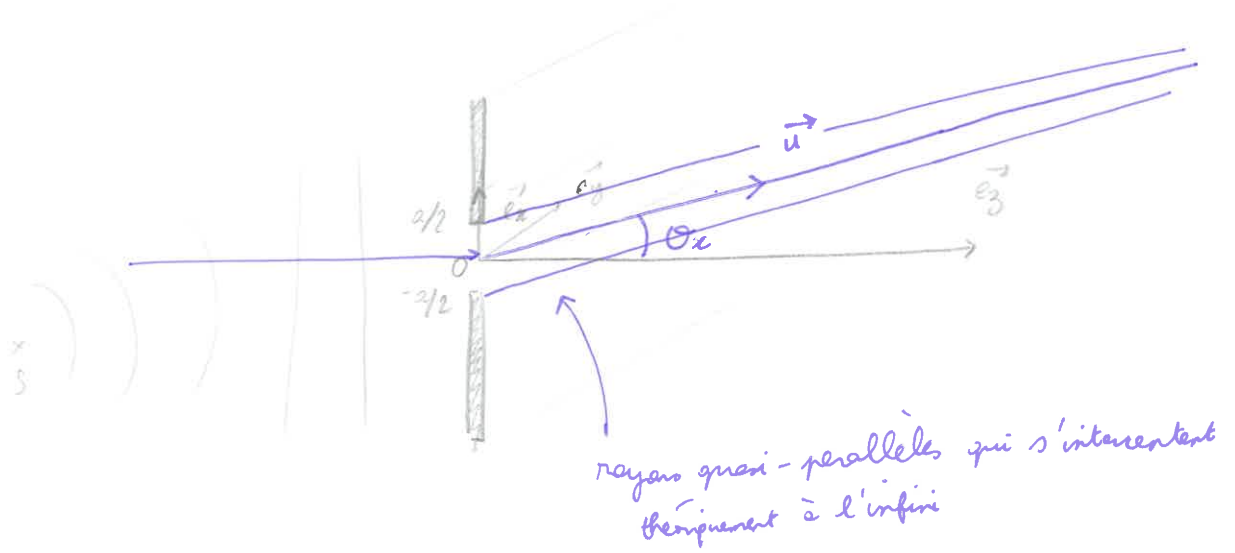
SOLUTION POSSIBLE ET COURAMMENT UTILISÉE : UTILISATION D'UNE LENTILLE CONVERGENTE PLACÉE

AVEC L'ÉCRAN PLACÉ AU FOCAL IMAGÉ DE LA LENTILLE



# Diffraction de Fraunhofer:

- Cas d'une fente  $\equiv$  ouverture rectangulaire de longueur infinie.



Application de la formule de diffraction de Fraunhofer:

$$\Psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{OM}}}{r_{OM}} \iint_{(S)} \cancel{\Psi(P)} e^{ik(a \sin(\theta_x) + y \sin(\theta_y))} \Psi(0) \, dx \, dy$$

**!!!**  $\Psi$  au point 0 (largeur de la fente) et non au point P quelconque

La fente s'obtient lorsque  $b \rightarrow +\infty \Rightarrow \theta_y \rightarrow 0$ , pas de diffraction en y

$$\Rightarrow \Psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{OM}}}{r_{OM}} \int_{-a/2}^{a/2} \cancel{\Psi(P)} e^{ikx \sin(\theta_x)} \Psi(0) \, dx$$

$$\Rightarrow \Psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{OM}}}{r_{OM}} \cancel{\Psi(P)} \Psi(0) \left[ \frac{e^{ikx \sin(\theta_x)}}{ik \sin(\theta_x)} \right]_{-a/2}^{a/2} \quad \sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

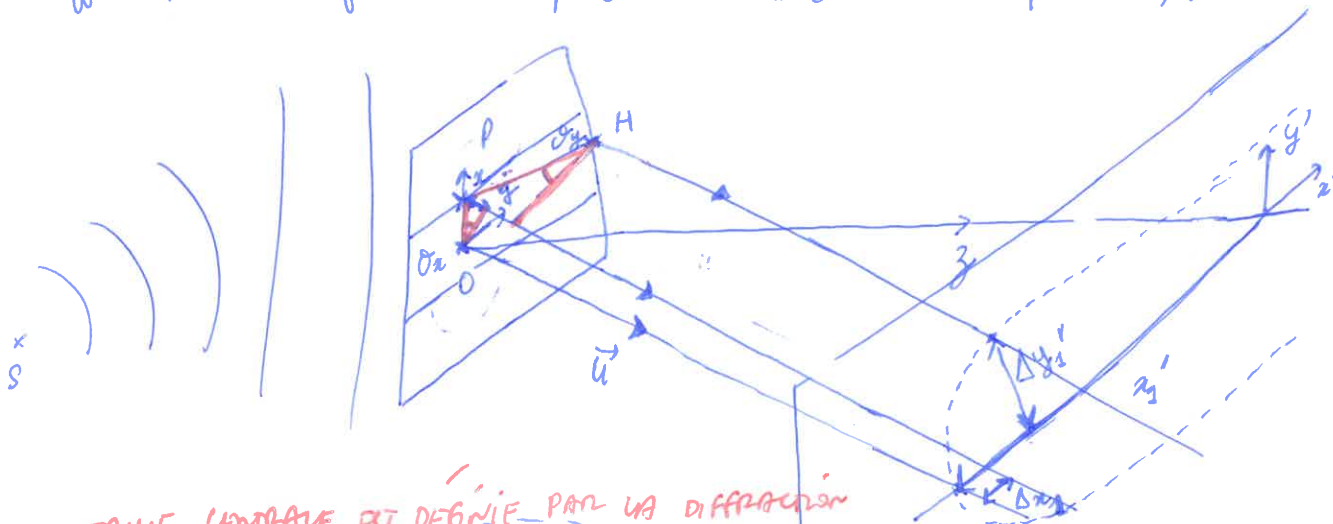
$$\Rightarrow \Psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{OM}}}{r_{OM}} \cancel{\Psi(P)} \Psi(0) \left( \frac{e^{ik \frac{a}{2} \sin(\theta_x)} - e^{-ik \frac{a}{2} \sin(\theta_x)}}{ik \sin(\theta_x)} \right)$$

$$\Rightarrow \Psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikr_{OM}}}{r_{OM}} \cancel{\Psi(P)} \Psi(0) \times 2 \frac{a}{2} \frac{\sin(k \frac{a}{2} \sin(\theta_x))}{k \frac{a}{2} \sin(\theta_x)} = i \frac{\Psi(P) e^{-ikr_{OM}}}{\lambda r_{OM}} \text{sinc}\left(k \frac{a}{2} \sin(\theta_x)\right)$$

REMARQUE FONDAMENTALE : LES ONDES DIFFRACTÉES DANS LA DIFFRACTION DE FRAUNHOFER SE COMPORTEMENT COMME DES ONDES PLANES ET NON COMME DES ONDES SPHÉRIQUES ( DIFFRACTION DE FRESNEL ) CAR

L'ÉCRAN EST PLACÉ TRÈS LOIN DE LA SOURCE!!!

Étude de la diffraction de Fraunhofer sur une fente ( $\equiv$  sur une direction uniquement) :



LA TRAILLE DE LA TACHE CENTRALE EST DÉFINIE PAR LA DIFFRACTION DES EXTREMITÉS DE LA PUPILLE DIFFRACTANTE

$$\varphi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e}{r_{0M}}$$

$$\int_{-H/2}^{H/2} \varphi(P) e^{ik(x \sin(\theta))} da$$

$$\varphi(O)$$

ONDE PLANE 1D !!!  
(ET NON ONDE SPHÉRIQUE 1D !!!)

Dans la diffraction de Fraunhofer, les rayons diffractés convergent au point M supposé à l'infini

$\varphi$  (ONDE SECONDAIRE) AU POINT O (CENTRE DE LA FENTE ET NON AU POINT P QUELCONQUE ( $\varphi(P) = \varphi(O) \times e^{-i\varphi_P} = \varphi(O) \times e^{-ik(x \sin(\theta))}$ )

Démonstration mathématique :



EN PARTICULIER DANS LA FORMULE DE FRESNEL-KIRSHOFF:

$$\varphi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e}{r_{0M}} \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(P) e^{-ikr_{0M}} e^{ik(x \sin(\theta_x))} dx$$

car :  $\varphi(P) = \varphi(O) e^{-i\varphi}$   
 ← différence de phase due à la différence de marche de rayons lumineux  
 $= \varphi(O) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \times OP} = \varphi(O) e^{-i \vec{k} \cdot \vec{OP}}$   
 $\Delta x = OP \tan(\theta_x) \Rightarrow \Delta x \approx OP \sin(\theta_x)$

$$\Rightarrow \varphi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e}{r_{0M}} \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(O) e^{-ik(x \sin(\theta_x))} dx$$

⇒ la formule de Fresnel - Kirshoff s'écrit donc plus précisément

$$\varphi(M) = k \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(P) \cdot dx = k \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(O) e^{-i\varphi_P} dx = k \int_{-a/2}^{a/2} \varphi(O) e^{-ik(x \sin(\theta_x))} dx$$

EN DEUX DIMENSIONS :

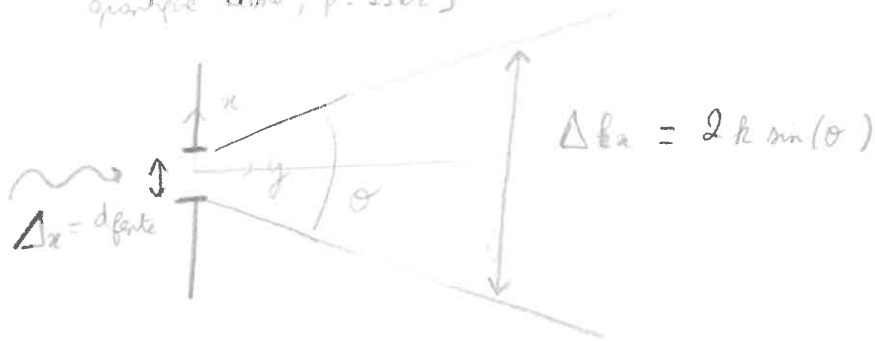
$$\varphi(M) = k \iint_{-b/2}^{b/2} \varphi(P) dz dy = k \iint_{-b/2}^{b/2} \varphi(O) e^{-i\varphi_P(x,y)} dz dy = k \iint_{-b/2}^{b/2} \varphi(O) e^{-ik(x \sin(\theta_x) + y \sin(\theta_y))} dz dy$$

REMARQUE : LIEN AVEC LA FORMULE CLASSIQUE DE LA DIFFRACTION :

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a}$$

Démonstration de la formule de la diffraction à l'aide du principe d'incertitude d'Heisenberg :

D'après [Physique tout-en-un, H.W. Song, ... , Chapitre 33 - Evolution d'une particule quantique libre, p. 3362]



Diffraction = changement de direction du vecteur d'onde  $\vec{k}$

D'après l'inégalité d'Heisenberg :

$$\Delta k_x \Delta x \geq \frac{1}{2}$$

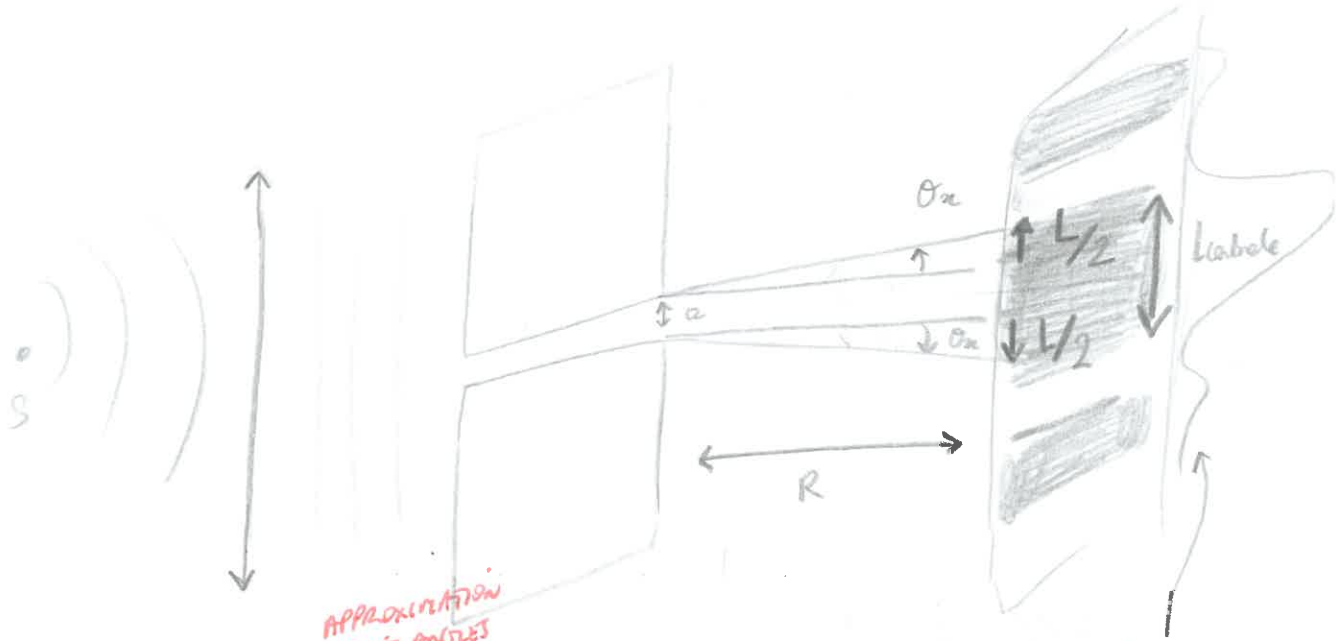
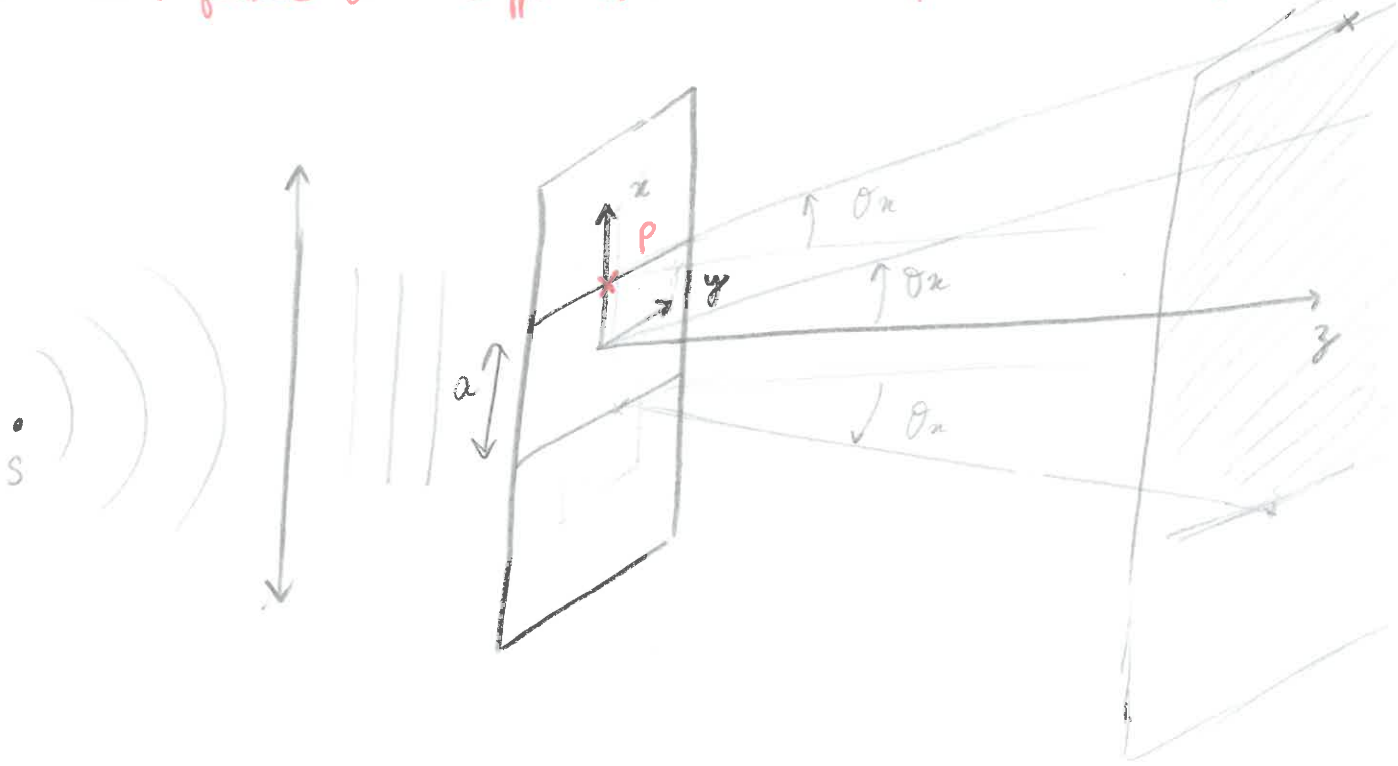
$$\Rightarrow \Delta k_x \geq \frac{1}{2\Delta x}$$

De plus, d'après la figure  $\Delta k_x = 2k \sin(\theta)$

et la norme de  $k$  vaut par définition  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\Rightarrow \sin(\theta) \geq \frac{\lambda}{8\pi d}$$

Démonstration de la formule de la diffraction à l'aide de la formule de Fraunhofer:



COMME  $\tan(\theta_x) \approx \theta_x = \frac{L}{2R} \gg a$  ALORS LA LARGEUR DE LA TACHE CENTRALE :  $L_{\text{centrale}} = L + a \approx L$  ( $\Rightarrow$  LA LARGEUR DE LA TACHE CENTRALE EST DÉFINIE PAR  $\theta_x$  !!!)

APPROXIMATION PETITS ANGLES

$$\psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikz}}{z} \int_{-a/2}^{a/2} f(x) e^{-ikx \sin(\theta_x)} dx$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-ikz}}{z k} f(0) a \times \text{sinc}\left(k \frac{a}{2} \sin(\theta_x)\right)$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-i2\pi z}}{z} f(0) a \times \text{sinc}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{a}{2} \sin(\theta_x)\right)$$

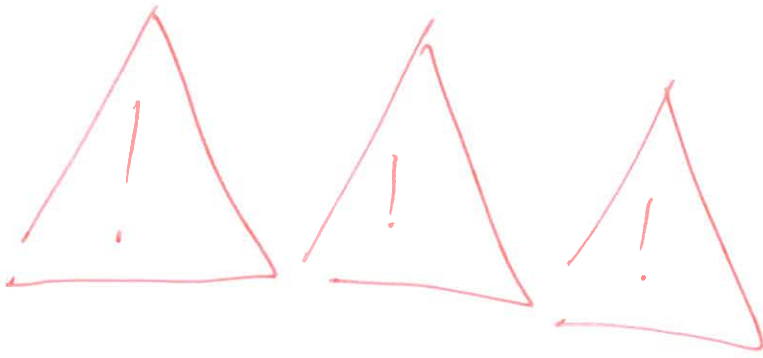
Pour des petits angles :  $\sin(\theta_n) \sim \theta_n$

$$\Rightarrow \varphi(M) \approx \frac{i e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} z}}{3 \cdot 2\pi} \varphi(0) a \times \sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta_n\right)$$

$$\text{Lorsque } \theta_n = n \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \varphi(M) = \frac{i e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} z}}{3 \cdot 2\pi} \varphi(0) a \sin(\pi) = 0$$

La demi-largeur de la bande centrale obtenue pour  $n=1$ , est donc :

$$\boxed{\sin(\theta_n) = \frac{\lambda}{a}}$$



POUR UNE SEULE DIFFRACTION

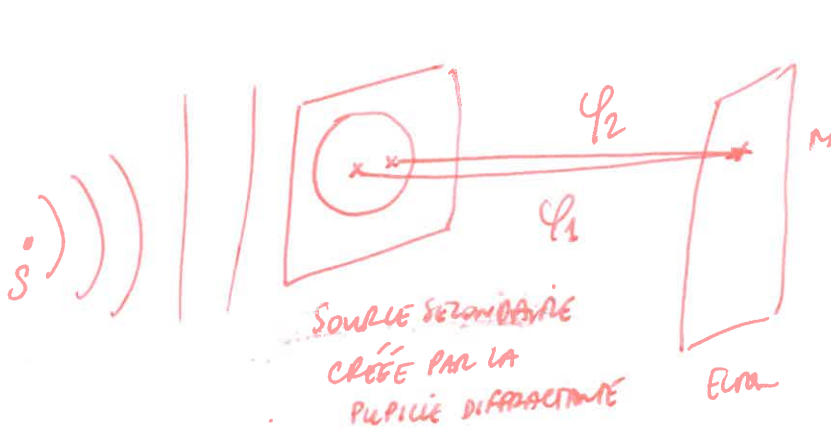
IL N'Y A PAS D'INTERFÉRENCES  
(D'APRÈS LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX)

Sur l'écran : DIFFRACTION PAR UNE SOURCE

Sur l'écran : INTERFÉRENCES PAR 2 SOURCES QUI DIFFRACTENT



MÊME SI LA SOURCE SECONDAIRE (LA FENTE DE DIFFRACTION) EST ÉTENDUE, LES ONDES PRODUITES PAR UNE MÊME SOURCE ÉTENDUE N'INTERFÈRENT PAS !!! (LES ONDES PROVENANT D'UNE SOURCE SPATIALE ÉTENDUE NE SONT PAS COHÉRENTES !!!)



LES CHAMPS ÉLECTRIQUES S'ADJOUTENT RAISONNABLEMENT

$$\vec{\varphi}_{\text{total}} = \vec{\varphi}_1 + \vec{\varphi}_2$$

(MAIS) LES INTENSITÉS N'INTERFÈRENT PAS :

$$I_{\text{total}} = \langle \varphi_{\text{total}} \varphi_{\text{total}}^* \rangle = I_1 + I_2$$

UNE SOURCE ÉTENDUE MODIFIE LA LUMIÉRE MAXIMALE  
(ET CRÉE DU BRUILLON MAIS UNE SOURCE ÉTENDUE NE CRÉE PAS D'INTERFÉRENCES)

DIFFRACTION 1D : DANS UNE FENTE (ET NON UNE OUVERTURE COMME UN TROU).

$$\psi(M) = \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-i 2\pi z}}{z} \psi(0) \int_{-a/2}^{a/2} e^{-i k (x \sin(\theta_x))} dx$$

$$= \frac{i}{\lambda} \frac{e^{-i k z}}{z} \psi(0) \times a \times \text{sinc} \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right)$$

$$= K' \text{sinc} \left( k \frac{a}{2} \sin(\theta_x) \right) \sim K' \text{sinc} \left( k \frac{a}{2} \theta_x \right)$$

Approximation petits angles



LA DIFFRACTION EST UN PHÉNOMÈNE

ADDITIONNEL DE BROUILLAGE (LA

VISIBILITÉ INTRODUITE PAR LA FENTE DIFFRACTANTE

$$\text{EST } v = \text{sinc} \left( k \frac{a}{2} \theta_x \right)$$

⇒ IL N'Y A PAS LE TERME D'INTERFÉRENCES

⇒ LE TERME D'INTERFÉRENCE APPARAÎT UNIQUEMENT QUAND

DEUX RAYONS D'UNE SOURCE COHÉRENTE (≡ PURÉMENT

MONOCHROMATIQUE ET PURÉMENT LOCALISÉE) PARTENT

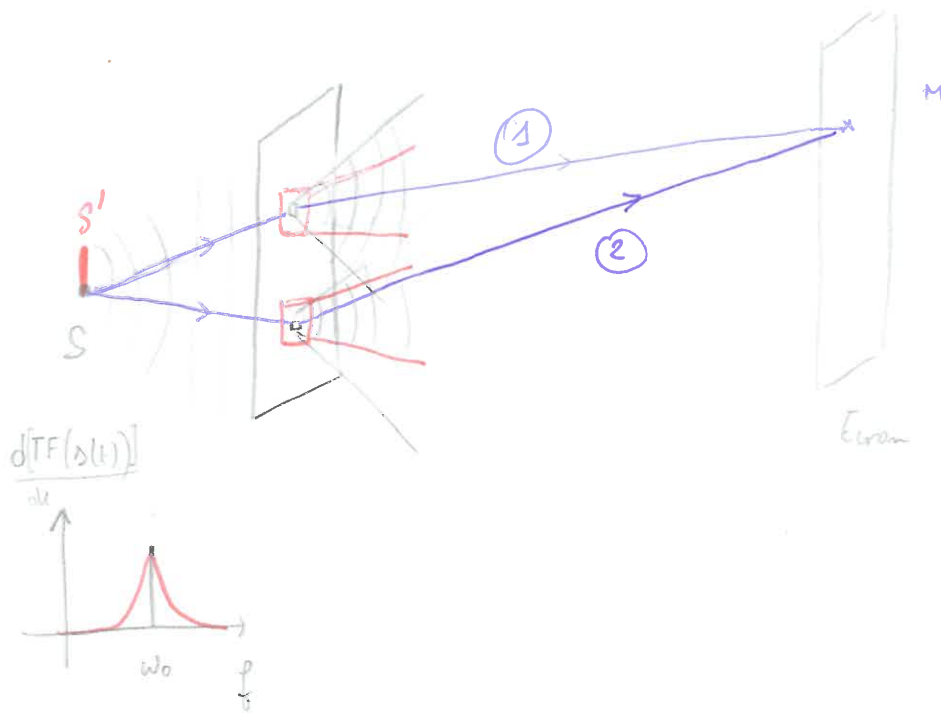
DU MÊME POINT SOURCE ET ARRIVENT DANS LE MÊME

POINT D'ARRIVÉE (AVEC OU NON UNE DIFFÉRENCE DE MARCHÉ!!!)

Tous les états à la non idéalité constituent un amoindrissement du phénomène ( $\equiv$  Brouillage)

Au moins 3 types de brouillage possible :

- Source primaire étendue
- Source primaire polychromatique
- Source secondaire non purement ponctuelle ( $\equiv$  Diffraction par un trou de taille non nulle)



Interférences par division du front d'onde :

$$I_{\text{total}} = I_1 + I_2 + 2I \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right)$$

Terme de  $\cos(\dots)$  = Terme d'interférences  
 Terme de  $\sin(\dots)$  = Brouillage

- Brouillage par source étendue
- Brouillage par source non-monochromatique (par le  $\delta$ )
- Brouillage par source secondaire (trous de diffraction qui ont une taille)