

Agrégation interne

J.Back

Année 2025 - 2026

Montages et traitement informatisé de l'information

- Montages de physique -

Table des matières

1	Mesure d'une grandeur physique	1
1.1	Généralités	1
1.2	Erreur de mesure	1
1.3	Causes d'erreurs	1
2	L'estimation des incertitudes expérimentales	2
2.1	Notion d'incertitude de mesure	2
2.2	Estimation de l'incertitude - type sur une mesure directe	2
2.3	Propagation des incertitudes. Cas des grandeurs dérivées	3
2.4	Z-score ou écart normalisé - Présentation des résultats	5
2.5	Présentation d'un résultat d'un mesurage	5
2.6	Canevas Python	5
3	Régression linéaire	6
3.1	Pertinence d'un modèle : coefficients de corrélation r et de détermination r^2	7
3.2	Calculer les coefficients d'une « droite des moindres carrés »	7
3.3	Détermination de l'équation de la droite modèle	8
4	Travaux pratiques d'électronique	10
4.1	TP 1 - Analyse d'un filtre de nature inconnue	10
4.1.1	Réponse harmonique	10
4.1.2	Analyse spectrale	11
4.1.3	Quelques documents	11
4.2	TP 2 - Réponse indicielle d'un circuit (R, C)	13
4.2.1	Présentation de la carte Arduino Uno	13
4.2.2	Mesure de la fréquence de coupure du filtre passe-bas placé en sortie	14
4.3	TP 3 - Deux oscillateurs électroniques	16
4.3.1	Oscillateur quasi-sinusoïdal à pont de Wien	16
4.3.2	Un oscillateur à relaxation	17
5	Travaux pratiques - Propagation libre et propagation guidée	18
5.1	TP 4 - Ondes électrocinétiques dans un câble coaxial	18
5.2	TP 5 - Oscillations forcées sur une corde de Melde	21
6	Travaux pratiques - Mécanique	22
6.1	TP 6 - Chute d'une bille dans un fluide visqueux	22

7 Travaux Pratiques - Optique	23
7.1 TP 7 - Goniomètre à réseau	23
7.2 TP 8 - Interféromètre de Michelson	31
7.2.1 Schéma de l'interféromètre	31
7.2.2 Réglage en lame d'air (par laser)	32
7.2.3 Coin d'air (laser)	32
7.2.4 Mesure de la différence de deux longueurs d'onde voisines (doublet du sodium)	33
7.2.5 Lumière blanche	34

 **Objectifs et organisation de l'épreuve :**

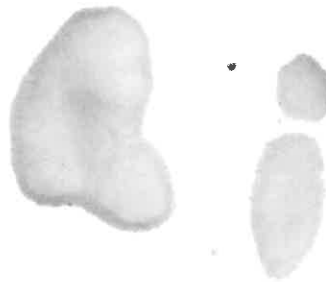
Les attendus du jury :

- Présentation, réalisation, et exploitation **qualitative** et **quantitative** de quelques expériences illustrant le sujet retenu.

Structure de l'épreuve :

- Présentation devant de jury (**50 min**);
- Entretien avec le jury (**30 min**).

Le 08 Avril 2026



- Activités expérimentales -

1 Mesure d'une grandeur physique

Ce qu'il faut comprendre :

Mesurer une grandeur (intensité d'un courant électrique, tension, longueur, ...), c'est rechercher la valeur de cette grandeur.

1.1 Généralités

Important :

En physique, une grandeur X mesurée par un appareil de mesure n'est qu'une **valeur approchée** x ; on ne connaît jamais la valeur exacte x_{vrai} .

Un appareil de mesure doit être **fidèle** (même résultat si on effectue la même mesure), **juste** (x proche de x_{vrai}) et **sensible** (l'opérateur doit pouvoir différencier deux valeurs proches).

De plus, il doit être adapté à la mesure et être utilisé correctement (choix du calibre d'un multimètre par exemple).

1.2 Erreur de mesure

Un mesurage n'est jamais parfait; il y a toujours une **erreur de mesure**.

On peut exprimer l'erreur de mesure en absolu ou en relatif :

- **Erreur absolue** : $\varepsilon = |x - x_{\text{vrai}}|$. Elle est la somme d'**erreurs aléatoires** ε_a (dues par exemple à l'appareil de mesure et à l'opérateur) et d'**erreurs systématiques** ε_s (dues à la méthode de mesure).

- **Erreur relative** : $\varepsilon_R = \frac{|x - x_{\text{vrai}}|}{x_{\text{vrai}}}$.

On peut également noter la présence dans de nombreux cas de **grandeurs d'influence** ayant un effet sur le résultat du mesurage.

Par exemple, la température d'une solution ionique a une influence sur la conductivité de celle-ci.

1.3 Causes d'erreurs

Erreur de méthode de mesure ε_m

On peut citer par exemple :

- ε_m **systématique** : choix d'une longue dérivation pour mesurer une petite résistance.
- ε_m **aléatoire** : capteur non refroidi qui introduit un bruit thermique dans la mesure ou bien appréciation par l'opérateur de la netteté d'une image en optique.

Erreur liée à l'instrument ε_i

On peut citer :

- ε_i **systématique** : mauvais réglage du zéro, mauvais étalonnage, impédance d'entrée d'un voltmètre ou d'un oscilloscope, calibre mal adapté
- ε_i **aléatoire** : frottement de pièces mobiles dans l'appareil, bruit introduit par l'électronique de l'appareil de mesure

Erreur personnelle, liée à l'expérimentateur ε_p

Erreur de déclenchement du chronomètre ou une erreur de parallaxe résultant d'un positionnement toujours identique, mais incorrect de l'opérateur lors de la lecture d'un index. L'erreur peut être systématique (erreur de lecture) ou quasi aléatoire (positionnement différent à chaque mesure).

2 L'estimation des incertitudes expérimentales

Les erreurs systématiques se distinguent par deux caractéristiques essentielles :

- l'erreur commise l'est toujours dans le même sens. C'est bien le cas de l'erreur de parallaxe tant que l'opérateur conserve sa position d'observation. Si, au contraire, l'observateur change de position d'observation, l'erreur de parallaxe peut varier et devient une erreur aléatoire.
- **l'erreur commise peut être corrigée** (dès lors qu'elle est détectée). On peut ainsi rectifier une position d'observation, le réglage du zéro d'un appareil de mesure, ou tenir compte de la résistance interne d'un ampèremètre lors de la mesure d'une résistance.

L'estimation de l'erreur systématique est appelée **biais de mesure** ou **erreur de justesse**.

2.1 Notion d'incertitude de mesure

On note :

- x la mesure de la grandeur X ;
- δx (ou $u(x)$) l'incertitude - type affectant x .

L'incertitude-type de mesure δx est un paramètre, associé au résultat d'un mesurage qui **caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée**.

L'incertitude qualifie les écarts dus aux erreurs aléatoires.

Important :

Aussi, le résultat d'une mesure n'est jamais une valeur : il doit être donné sous la forme d'un intervalle des valeurs probables de la grandeur mesurée $X = x \pm \delta x$ associé à un niveau de confiance : la valeur x_{vrai} se trouve dans l'intervalle défini avec une probabilité de t % (**par exemple 68 % pour l'incertitude-type**).

Concrètement, pour déterminer expérimentalement la valeur d'une résistance R , on peut utiliser différentes méthodes (directe, mesure de U/I , ...) et différents appareils. La pratique expérimentale consiste donc à utiliser au mieux les connaissances que l'on a du matériel pour :

- mesurer R
- estimer l'incertitude - type δR

2.2 Estimation de l'incertitude - type sur une mesure directe

Ici, l'appareil de mesure fournit la valeur x . Par exemple, la mesure d'une longueur à l'aide d'une règle graduée.

Pour évaluer l'**incertitude - type**, il y a deux méthodes complémentaires :

1. **l'estimation de l'incertitude - type à partir d'une série de mesures, par une analyse statistique de l'échantillon**. Il s'agit d'une évaluation de **type A**.
2. **tous les autres cas** d'évaluations d'incertitudes sont de **type B**. Les sources d'incertitudes prises en compte dépendent du principe de la mesure. Le plus souvent, on retrouve l'incertitude de lecture δ_{lect} ; il peut y avoir une incertitude liée à l'appréciation de l'expérimentateur lors de la mise en œuvre du montage conduisant à la mesure δ_{mes} : par exemple, en optique pour mesurer la position de l'image, il faut au préalable ajuster la position de l'écran. Or il existe toute une plage où l'expérimentateur peut considérer que l'image sur l'écran est nette : cette plage est appelée plage de netteté. L'incertitude - type est évaluée à partir de la **demie** plage

de netteté (Δ) :
$$\delta_{\text{mes}} = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

Lorsqu'on utilise un instrument, il y a une incertitude liée à sa construction non parfaite δ_{inst} .

Une analyse fine des causes d'erreur portant sur une mesure peut faire apparaître diverses sources ; dans ce cas, il faut estimer l'incertitude - type liée à chacune des sources d'erreurs.

Ceci conduit à un bilan d'incertitudes détaillant pour chaque cause les informations utilisées pour estimer l'incertitude - type. Le bilan global conduit à l'**incertitude - type composée**, qui peut mélanger des évaluations de type A et de type B.

Incertitude-type composée :

Dans le cas de causes d'erreurs **indépendantes**, on estime l'incertitude - type composée par :

$$\delta_{\text{composée}} = \sqrt{(\delta_{\text{lect}}(x))^2 + (\delta_{\text{mes}}(x))^2 + (\delta_{\text{inst}}(x))^2}$$

Évaluation de type A

Il s'agit de répéter un grand nombre de fois la même mesure dans des conditions identiques. On obtient un échantillon (x_1, \dots, x_N) de N mesures.

La mesure est fournie par la moyenne de l'échantillon : $x = \hat{\mu}_{\text{exp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i (= \bar{x})$

L'incertitude - type est estimée par :

$$\delta x = \frac{1}{\sqrt{N}} \hat{\sigma}_{\text{exp}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sigma_{N-1} \text{ avec } \sigma_{N-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} (= s_x) : \text{écart-type expérimental}$$

La dépendance en $\frac{1}{\sqrt{N}}$ de l'incertitude - type δx montre qu'il faut beaucoup de mesures pour améliorer la mesure d'une grandeur.

Évaluation de type B

On effectue une mesure unique et on essaie d'évaluer l'incertitude - type grâce à la connaissance que l'on a du protocole de mesure, du matériel, On est souvent amené, par manque d'information, à faire des hypothèses sur la nature des incertitudes évaluées.

Dans les salles de TP, nombres de mesures se font directement à l'aide d'appareils de mesure standard et l'on applique les règles suivantes :

- Appareil de mesure analogique (appareil à cadran, lecture d'un régle, d'une monture graduée, ...) : l'incertitude de lecture est estimée à partir de la valeur d'une graduation :

$$\delta_{\text{lect}}(x) = \frac{1/2 \text{ graduation}}{\sqrt{3}}$$

- Appareil de mesure numérique : si le constructeur fournit l'incertitude - type, on l'utilise directement. On trouve souvent une indication sur la précision de l'appareil sous la forme :

précision : $\pm (x \% \text{ lecture} + n \text{ UL})$ où UL est l'unité de lecture (digit)

Sans autre renseignement, l'incertitude - type est estimée par : $\delta x = \frac{\text{précision}}{\sqrt{3}}$

Remarque : Dans ces formules, on a supposé que la loi de probabilité était uniforme et que l'**hypothèse du niveau de confiance est fixé à 68 %**.

Différentes lois de probabilité : Incertitude élargie associée à un taux de confiance de 95 % : cf. page suivante

$$\Delta x = k \cdot \delta x \text{ avec } k = 2$$

2.3 Propagation des incertitudes. Cas des grandeurs dérivées

Dans le cas d'une **mesure indirecte**, la grandeur Y est calculée à partir de mesures d'autres grandeurs X_i :

$$Y = f(X_1, \dots, X_n) \text{ où } f \text{ est une fonction connue (généralement non linéaire)}$$

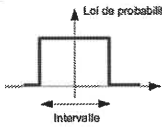
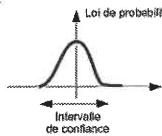
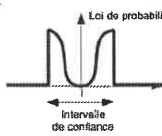
Probabilité de présence de la valeur mesurée sur l'intervalle	Forme de la loi de probabilité	Incertitude élargie ($k = 2$)
Probabilité uniforme sur l'intervalle		$\Delta m = \frac{\text{Largeur de l'intervalle}}{\sqrt{3}}$
Probabilité plus grande au milieu (loi normale)		$\Delta m = \frac{\text{Largeur de l'intervalle de confiance}}{2}$
Probabilité plus grande sur les bords (loi en U)		$\Delta m = \frac{\text{Largeur de l'intervalle de confiance}}{\sqrt{2}}$

FIGURE 1 – Différentes lois de probabilité

⚡ Méthode numérique - Méthode de Monte-Carlo

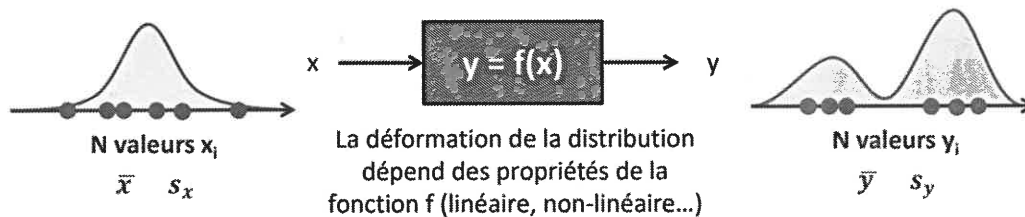
La valeur moyenne \bar{Y} et l'incertitude-type δY seront estimées par simulation numérique à l'aide de la méthode de Monte-Carlo.

Approche Monte-Carlo :

Cette approche **ne cherche pas à connaître la loi de distribution** suivie par la (les) variable(s) aléatoire(s) contrairement à une approche classique qui se base sur des lois de distribution (uniforme, normale ...) nécessitant la connaissance de descripteurs (moyenne μ , écart-type σ).

L'approche Monte-Carlo est une **approche par force brute**.

- on se base uniquement sur un échantillon contenant suffisamment de mesures (simulées numériquement) pour en extraire des grandeurs statistiques (moyenne, écart-type, quantiles, ...) avec une **précision souhaitée**. On obtient donc des informations sur la loi de distribution suivie par la variable aléatoire d'intérêt.
- permet de traiter toutes les fonctions f tant qu'elles sont calculables.



⚡ Des formules à savoir utiliser - Cas simples

A partir des incertitudes - types δx_i estimées sur chacune des grandeurs X_i , et dans le cas de **mesures indépendantes**, on estime l'incertitude - type sur la grandeur dérivée Y par :

- **Dans le cas d'une somme :** $y = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i$ et $\delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 (\delta x_i)^2}$;

- **Dans le cas d'un produit ou d'un quotient :** $y = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i}$ et $\delta y = y \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \left(\frac{\delta x_i}{x_i}\right)^2}$.

A retenir ...

On retiendra en particulier que :

- Si $y = a + b - c$ alors $\delta y = \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta b)^2 + (\delta c)^2}$
- Si $y = \frac{a \cdot b}{c}$ alors $\delta y = y \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\delta c}{c}\right)^2}$

2.4 Z-score ou écart normalisé - Présentation des résultats

Il s'agit de la dernière étape conduisant à la présentation du résultat du mesurage.

On considère le résultat de deux mesurages de la même grandeur physique (x_1 et x_2 dont les écarts-types expérimentaux respectifs sont s_1 et s_2), le **z-score** ou **écart normalisé** est défini par

$$E_N = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{(s_1)^2 + (s_2)^2}}$$

Dans le cas de la comparaison avec une valeur de référence v_{ref} , l'écart-type expérimental est négligeable devant s_1 et l'écart normalisé est défini par $\frac{|x_1 - v_{\text{ref}}|}{s_1}$.

A retenir ...

Les deux mesures seront considérées comme compatibles si l'écart normalisé vérifie

$$E_N \leq 2$$

2.5 Présentation d'un résultat d'un mesurage

Résultat d'un mesurage

Le résultat d'un mesurage doit contenir :

- la valeur x et l'incertitude-type associée δx (ou $u(x)$) ou l'écart-type expérimental s_x ;
- l'écart normalisé E_N et la conclusion.

Si $E_N \leq 2$: la mesure effectuée est compatible avec la valeur de référence avec un taux de confiance de 95%.

Sinon, il faut rechercher une ou des causes possibles à l'incompatibilité du résultat du mesurage x et la valeur de référence v_{ref} .

2.6 Canevas Python

On utilisera la bibliothèque numpy notamment.

Valeur moyenne et écart-type d'un échantillon de n mesures réalisées expérimentalement :

```
1 import numpy as np
2
3 #transformation liste valeurs en tableau array
4 echantillon = np.array(liste_valeurs)
5
6 xbar = np.mean(echantillon)           #valeur moyenne de l'échantillon
7 s_x = np.std(echantillon, ddof = 1)   #écart-type expérimental s_x
8
9 print('x_bar =', xbar)
10 print('s_x =', s_x)
```

Application de la méthode de Monte-Carlo : afin de déterminer une estimation de la valeur moyenne et de l'écart-type de la loi de distribution suivie par une variable aléatoire calculée à partir d'autres variables aléatoires.

- Génération d'une population de 40 000 échantillons tirés aléatoirement entre $[\bar{x} - s_x, \bar{x} + s_x]$ selon une loi uniforme;
- Génération de la population image $f(X)$ et estimation de la valeur moyenne et de l'écart-type.

```

1 def f(x):
2     return ...
3
4 #tirage aléatoire de N = 40000 points simulés
5 N = 40000
6 pop_simu = np.random.uniform(x_bar - s_x, x_bar + s_x, N)
7 pop_image = f(pop_simu)
8
9 fxbar = np.mean(pop_image)
10 fs_x = np.std(pop_image, ddof = 1)
11
12 print('fx_bar =', fxbar)      #valeur moyenne de la population image
13 print('fs_x =', fs_x)        #valeur de l'écart-type de la population image

```

Tracé des histogrammes :

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 x = np.linspace(min(pop_image), max(pop_image), 100)
4 #loi normale centrée réduite pour comparaison
5 gauss = 1/(np.sqrt(2*np.pi*f_sx**2)) * np.exp((x - fxbar)**2/(2*f_sx**2))
6
7 plt.figure(1)
8 plt.hist(pop_image, bins = 'rice', label = u'Valeurs simulées')
9 plt.plot(x, gauss, 'k-', label = u'Gaussienne associée')
10 plt.title(u'Simulation de N mesures calculées')
11 plt.xlabel(u'x en ...')
12 plt.legend()
13 plt.show()

```

3 Régression linéaire

L'objectif de ce paragraphe ne consiste pas en une étude rigoureuse de la méthode utilisée par les logiciels de statistique permettant de modéliser une relation $Y = f(X)$ entre 2 grandeurs mesurées. On tentera simplement d'illustrer certaines notions afin de pouvoir poser un regard critique sur les résultats affichés par ce type de logiciels à l'issue d'une telle modélisation.

Problématique :

De façon plus générale, le problème se pose en ces termes : on dispose d'un relevé de N valeurs expérimentales (x_i, y_i) et leurs incertitudes-types à un taux de confiance de 68 % ($\delta x_i, \delta y_i$) (les erreurs systématiques ne sont pas traitées ici). On cherchera donc à faire deux choses :

1. valider un modèle

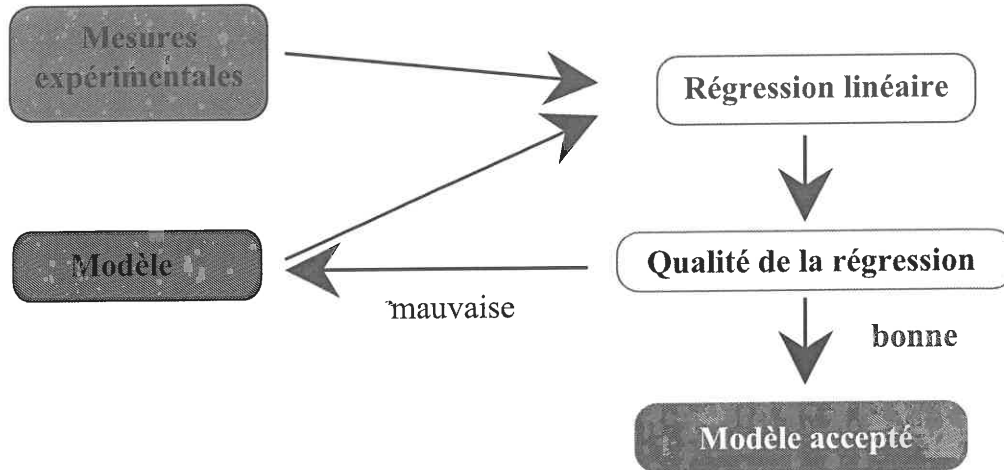
On veut répondre à la question suivante : dans quelle mesure les données expérimentales s'accordent avec une loi affine du type $\hat{y} = \hat{a} \cdot x + \hat{b}$?

2. trouver les deux estimateurs \hat{a} et \hat{b} de la « droite estimatrice » et leur incertitudes-types respectives $\delta \hat{a}$ et $\delta \hat{b}$.

La réponse à ces questions dépend bien sûr de la dispersion des points expérimentaux autour de la fonction modèle, mais aussi des valeurs des incertitudes de mesure : si on réalise une mesure très précise, il sera plus difficile de trouver une fonction modèle représentant correctement les points expérimentaux, mais une fois la fonction trouvée, l'incertitude sur ses paramètres sera faible.

⚡ Ce qu'il faut comprendre :

Le plus souvent, on a tendance à négliger la première étape, et penser que la loi théorique est forcément vérifiée! On entend souvent en montage « on trace la droite ». **NON!** On trace les points expérimentaux assortis de leurs barres d'erreur, on confronte ces données expérimentales (valeurs expérimentales + incertitudes) à un modèle (linéaire par exemple) qu'on tente de valider, et alors seulement on en déduit un coefficient (pente de la droite, ordonnée à l'origine) associé à une incertitude, qu'on pourra éventuellement comparer à une valeur attendue.



3.1 Pertinence d'un modèle : coefficients de corrélation r et de détermination r^2

Lorsqu'on possède une série de mesures, il est possible de vérifier si les points de mesure s'accordent avec une loi physique que l'on supposera linéaire.

Les logiciels tels que Excel®, LatisPro® permettent d'effectuer des régressions linéaires.

⚡ A retenir :

Pour juger de la pertinence d'un modèle, il faut examiner la valeur du coefficient de corrélation r ou de détermination r^2 fournie par le logiciel. Lorsque $r^2 \approx 1$, on considère que le modèle est **pertinent**.

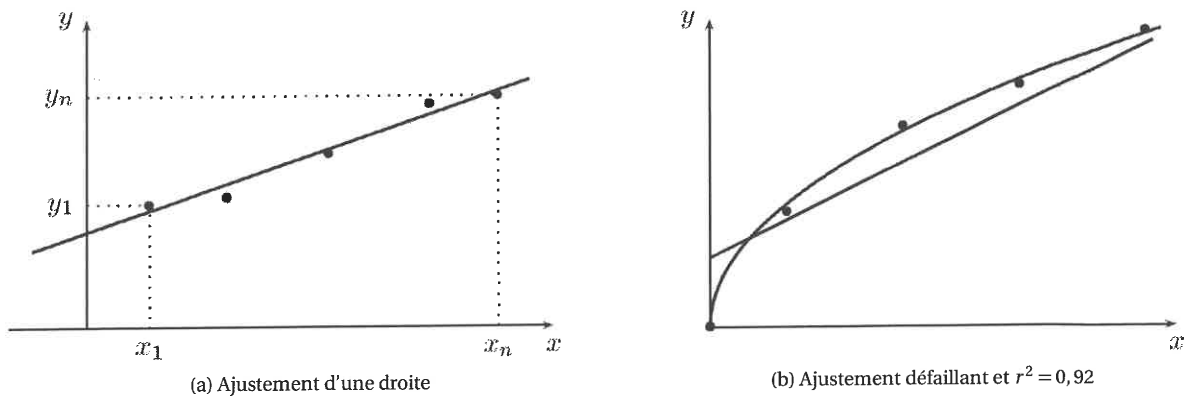


FIGURE 2 – Différents ajustements

Ce premier critère est un indicateur du lien mathématique testé entre les grandeurs mesurées. Plus ce coefficient de détermination est élevé, plus le lien entre les variables est fort! Mais **ceci reste un premier critère qui ne suffit pas à lui seul de valider le modèle!**

3.2 Calculer les coefficients d'une « droite des moindres carrés »

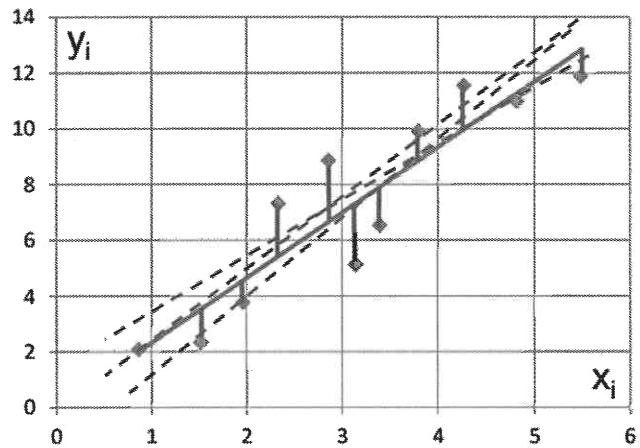
Principe

On définit la distance entre les points expérimentaux et la droite « estimatrice » par la « distance »

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} \cdot x_i - \hat{b})^2$$

« Passer au mieux » signifie minimiser cette distance en résolvant le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial \hat{b}} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} \cdot x_i - \hat{b}) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \hat{a}} = -2 \sum_{i=1}^n x_i \cdot (y_i - \hat{a} \cdot x_i - \hat{b}) = 0 \end{cases}$$



Les paramètres de la **droite optimale** sont

$$\hat{a} = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \text{ et } \hat{b} = \bar{y} - \hat{a} \cdot \bar{x}$$

avec :

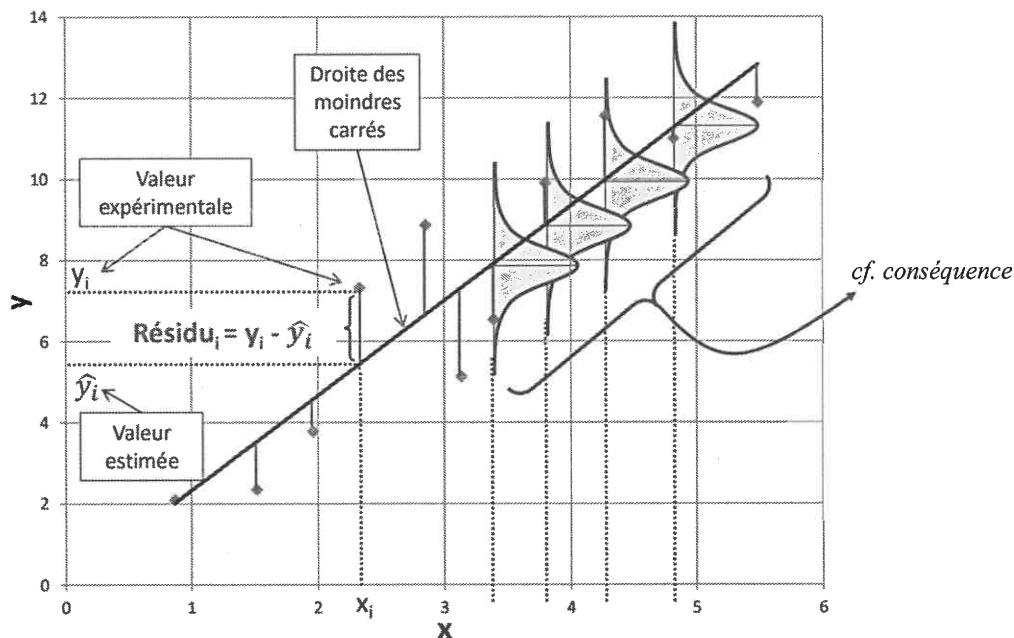
- \bar{x} est la moyenne de l'échantillon des valeurs de x ;
- \bar{y} est la moyenne de l'échantillon des valeurs de y .

Attention : quels que soient les x_i et les y_i , on peut toujours calculer l'équation d'une droite des moindres carrés, mais cela ne veut pas dire qu'elle a un sens !

Résidus et incertitudes

Si le modèle (linéaire) est correct, les points expérimentaux doivent se répartir autour de la droite selon une loi de distribution aléatoire.

Conséquence : La moyenne des résidus devrait être nulle et leur répartition aléatoire (indépendante de x).



3.3 Détermination de l'équation de la droite modèle

On utilise la fonction `polyfit` de `numpy`.

Documentation :

- `np.polyfit(x, y, 1)` retourne une liste des coefficients \hat{a} et \hat{b} de la droite optimale $\hat{y} = \hat{a} \cdot x + \hat{b}$;

- Pour évaluer le coefficient de détermination r^2 , on importe la méthode `r2_score` de la bibliothèque `sklearn.metrics` que l'on utilise selon :

```

1 import numpy as np
2 from sklearn.metrics import r2_score
3
4 #coefficients de la droite modèle : P[0] donne a et P[1] donne b
5 P = np.polyfit(x, y, 1)
6 modele = np.poly1d(P)          #crée la fonction a.x + b
7 print(r2_score(y, modele(x))) #affichage du coeff. de détermination

```

Les incertitudes sur les coefficients \hat{a} et \hat{b} pourront être estimées en utilisant la méthode de Monte-Carlo.

On pourra par exemple générer 10 000 valeurs de \hat{a} et \hat{b} puis calculer la valeur moyenne ainsi que l'écart-type de chacun de ces échantillons pour conclure.

Un exemple de programme python à adapter à chaque situation expérimentale :

```

1 # -*- coding : utf -8 -*-
2
3 # Bibliothèques
4 import numpy as np
5 import random as rd
6 import matplotlib.pyplot as plt
7 from sklearn.metrics import r2_score
8
9 # fonction régression linéaire et sa documentation
10 def f(x, y, ux, uy, N):
11     a, b = np.polyfit(x, y, 1)
12     asim, bsim = np.zeros(N), np.zeros(N)
13     for i in range(N):
14         xsim = x + rd.normal(0, ux)
15         ysim = y + rd.normal(0, uy)
16         asim[i], bsim[i] = np.polyfit(xsim, ysim, 1)
17     ua = np.std(asim, ddof = 1)
18     ub = np.std(bsim, ddof = 1)
19     return a, b, ua, ub
20
21 """
22 x et y sont les tableaux numpy d'entrée
23 ux et uy sont les incertitudes-types associées
24 a et b sont les résultats de la régression linéaire
25 a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine
26 ua et ub sont les incertitudes-types sur a et b
27 rd.normal(0, 1) : nombre aléatoire tiré selon une loi gaussienne centrée sur 0 \
    et d'écart-type 1
28 np.std(tab, ddof = 1) : écart-type des éléments du tableau numpy tab
29 """
30
31 #Constantes éventuelles
32 ...
33
34 #Données issues des valeurs expérimentales
35 x = np.array([...]) #à compléter
36 y = np.array([...]) #à compléter
37
38 #Incertitudes expérimentales sur x et y
39 ux_exp = ...
40 uy_exp = ...
41
42 #Calcul du coefficient directeur, de l'ordonnée à l'origine et des incertitudes\
    -types associées
43 a, b, ua, ub = f(x, y, ux_exp, uy_exp)
44
45 #Tracé de y en fonction de x et de la régression linéaire
46 plt.figure(1)
47 plt.errorbar(x, y, xerr = ux_exp, yerr = uy_exp, capsize = 3, ecolor = 'black', \
    elinewidth = 1, capthick = 1, fmt = 'none', label = 'Données', \

```

```

zorder = 3)
49 plt.xlabel(r'x...')
50 plt.ylabel(r'y...')
51 plt.title(r'Régression linéaire')
52 plt.plot(x, a * x + b, linestyle = 'dotted')
53 plt.show()

```

4 Travaux pratiques d'électronique

Les ordres de grandeur utiles

Les composants :

Résistances en électronique	0,1 kΩ à 1 MΩ
Capacités en électronique	1 nF à 100 μF

Le matériel de TP :

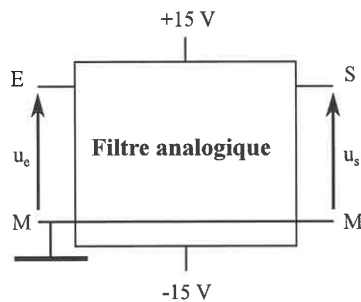
Temps de montée d'un signal créneau d'un GBF	$\frac{dV}{dt} \approx 50V.(\mu s)^{-1}$
Résistance de sortie d'un GBF	50Ω
Fréquence maximum d'un GBF	10 MHz
Bande passante d'un oscilloscope	60 MHz
Impédance d'entrée d'un oscilloscope	$R_e = 1 M\Omega // C_e = 10 pF$

4.1 TP 1 - Analyse d'un filtre de nature inconnue

Objectifs de la manipulation :

Il s'agit :

- de déterminer les caractéristiques d'un filtre inconnu. Celles-ci seront établies avec le maximum de précision à partir de la réponse harmonique.
- de mettre en évidence l'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique dans les domaines fréquentiel et temporel.



Le filtre étudié se présente sous la forme d'un quadripôle, une des bornes d'entrée et une des bornes de sortie étant reliées à la masse M.

Attention : Comme il s'agit d'un filtre actif, il importe, avant toute opération, d'alimenter le circuit : alimentation continue (+15 V, -15 V), sans oublier de relier la référence des potentiels (0 V) à la masse du montage!

Les **filtres actifs** reçoivent de l'énergie d'une alimentation externe. Ils sont le plus souvent utilisés pour les raisons suivantes :

- ils ne nécessitent pas l'emploi de bobines;
- possibilité d'introduire un gain;
- relative facilitée de réglage.

En revanche les inconvénients majeurs sont le risque d'instabilité, une dynamique limitée et une utilisation réservée aux basses fréquences.

4.1.1 Réponse harmonique

L'amplitude de la tension d'entrée sera prise égale à 2,0 V car le filtre doit rester linéaire dans tout le domaine de fréquence étudié

Réaliser - (Manip.1) :

- Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de caractériser rapidement la nature du filtre et de mesurer sa fréquence centrale f_0 .
- Déterminer et mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de réaliser le diagramme de Bode (courbe de gain uniquement) du filtre à structure de Rauch ainsi élaboré.

Valider :

1. Quelle est la nature du filtre ?
2. Déterminer les fréquences de coupure à $-3 \text{ dB } f_c$ ainsi que le facteur de qualité Q .
3. Estimer les incertitudes-types associées. On pourra utiliser la méthode de Monte-Carlo dans les cas où les formules de propagation des incertitudes sont délicates à obtenir.

4.1.2 Analyse spectrale

On souhaite récupérer en sortie du filtre la composante harmonique de rang 3 d'un signal créneau symétrique, de valeur moyenne nulle, de fréquence f , de valeur maximale $E_{\max} = 5,0 \text{ V}$ et de valeur minimale $E_{\min} = -5,0 \text{ V}$

Réaliser - (Manip.2)

- Déterminer et mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de visualiser le spectre du signal d'entrée de fréquence adaptée. Le spectre sera visualisé à l'aide de Latis Pro.
- Obtenir le spectre du signal de sortie $u_s(t)$.

Valider :

4. Interpréter les spectre obtenus. L'objectif évoqué est-il atteint ?

4.1.3 Quelques documents

Document 1 : Tracé d'un diagramme de Bode

Pour faire un diagramme de Bode à partir des mesures obtenues directement à l'oscilloscope, il faut préalablement :

- bien centrer les courbes (la position du zéro) ;
- se placer en mode DC.

Si l'ensemble des mesures se fait au-delà 100 Hz^a , on peut alors se placer en **mode AC**, ce qui centre automatiquement les courbes.

Caractérisation rapide :

Choisir une fréquence moyenne (typiquement 1 kHz) et une tension d'entrée moyenne (environ 1 V).

Régler convenablement l'oscilloscope afin de visualiser les tensions d'entrée et de sortie.

Faire un balayage de fréquence sur plusieurs décades afin de :

- déterminer la nature du filtre en repérant les fréquences « qui passent » et celles « qui ne passent pas ».
- noter les zones de fréquences où l'amplitude varie de façon importante. C'est le cas par exemple pour un filtre passe-bande ou coupe-bande au voisinage de la fréquence centrale.
- vérifier si le signal de sortie sature dans la région des fréquences où le gain est maximal, ce qui est fréquent dans un montage avec un ALi. Il faut alors diminuer l'amplitude d'entrée en utilisant éventuellement la fonction atténuatrice -20 dB du GBF.
- vérifier également si le signal d'entrée reste constant, s'il se déforme ou s'il diminue. Cela arrive lorsque l'impédance d'entrée du filtre R_e est du même ordre que l'impédance de sortie du GBF R_s (soit 50Ω).

Il faut alors réaliser la mesure de l'amplitude du signal d'entrée et de sortie à chaque fois, ou bien intercaler un montage suiveur entre le GBF et le filtre.

Caractérisation plus fine :

Dans le cas d'un filtre passe-bande ou coupe-bande, mesurer précisément la fréquence centrale f_0 en se plaçant en mode XY, ainsi que le gain G_{\max} .

À cette fréquence les tensions d'entrée et de sortie sont en phase (ou en opposition de phase) et on doit observer en mode XY un segment de droite au lieu de l'habituelle ellipse.

Tracé du gain : Il faut effectuer des mesures afin d'obtenir des points régulièrement répartis sur le graphe qui est en échelle log. Le choix des gammes 1-2-5 et 8 c'est-à-dire $10-20-50$ et 80 Hz puis $100-200-500$ et 800 Hz et ainsi de suite, répond à cet objectif.

Rajouter ensuite des points là où la courbe varie rapidement. Enfin ne pas oublier de faire quelques mesures

pour des valeurs « extrêmes » de la fréquence afin de pouvoir déterminer avec précision les pentes des asymptotes pour $f \rightarrow 0$ et $f \rightarrow +\infty$ (> 100 kHz).

Tracé de la phase : Les remarques sont les mêmes que dans le paragraphe précédent.

Exploitation :

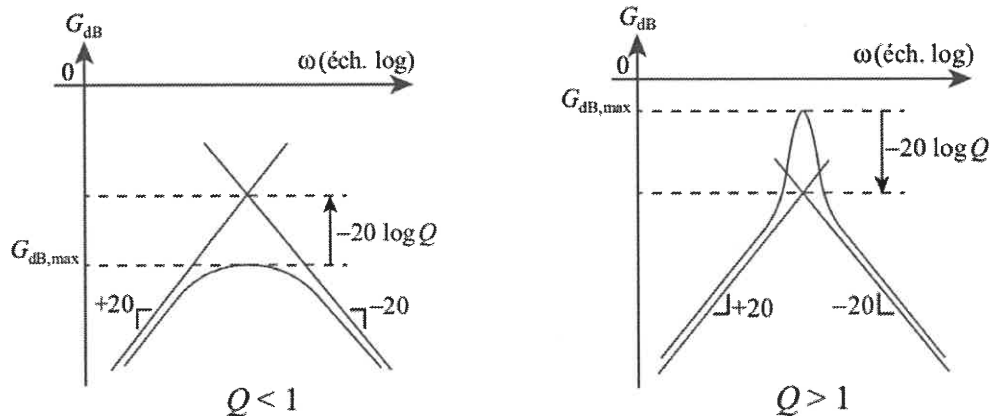
Du diagramme de Bode on peut alors en déduire :

- les pentes des asymptotes évaluées en dB/décade. Faire attention lorsqu'un énoncé demande d'évaluer la pente de ne pas donner comme résultat une valeur arrondie (+20 dB/dec par exemple), mais plutôt la valeur réelle mesurée (+19,1 dB/dec). Sinon cela donne la mauvaise impression de ne pas avoir réellement effectué la mesure.

- la bande passante. Repérer les fréquences de coupure définies par $G(f_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}$.

On peut alors en déduire le facteur de qualité Q par : $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$ ce qui permet d'avoir une idée quant à la sélectivité du filtre selon la valeur de Q obtenue.

- le facteur de qualité Q (par une autre méthode). Les coordonnées du point d'intersection des asymptotes pour un filtre passe-bande ou coupe-bande permet de déterminer Q puisque la distance (algébrique) séparant le gain maximum de ce point d'intersection vaut $\pm 20 \log Q$:



a. En mode AC, l'entrée de l'oscilloscope est équivalente à une association série (RC) réalisant un filtre passe-haut dont la fréquence de coupure est de l'ordre de 10 Hz.

Document 2 : Réglage des paramètres de la numérisation

Expérimentalement, on pourra régler trois paramètres :

- le nombre de points (échantillons) N ;
- la période d'échantillonnage T_e ;
- la durée de l'acquisition T_{tot} .

On utilisera donc la relation : $T_e = \frac{T_{\text{tot}}}{N}$

Dans le panneau à gauche de l'écran : **Acquisition** → Temporelle → Choix du nombre de points, de la période d'échantillonnage et de la durée d'acquisition

Paramètres à choisir pour réaliser les spectres : dans l'onglet *Traitements*, choisir *Calculs spécifiques* puis *Analyse de Fourier*.

Dans les réglages avancés, choisir *Manuelle* pour la sélection de périodes, faire afficher le résultat sur $\left[0; \frac{F_e}{2}\right]$ et décocher toutes les options proposées.

On prendra soin d'avoir : $T_e \ll T$ inférieur au facteur 2 théorique minimum (critère de Shannon), expérimentalement souvent d'un facteur 20.

Le choix de la durée d'acquisition se fait souvent avec le nombre n de périodes que l'on souhaite voir à l'écran :

$$T_{\text{tot}} \approx n \cdot T$$

Une fois la période d'échantillonnage T_e choisie, il faut choisir le nombre de points N ou la durée d'acquisition T_{tot} .

Résolution spectrale : Ces deux paramètres vont jouer sur la **résolution spectrale** δf , c'est-à-dire l'écart entre

deux points sur le spectre. On peut montrer que : $\delta f = \frac{1}{T_{\text{tot}}} = \frac{1}{N \cdot T_e}$.

La résolution spectrale sera d'autant meilleure que T_{tot} et N sont grands.

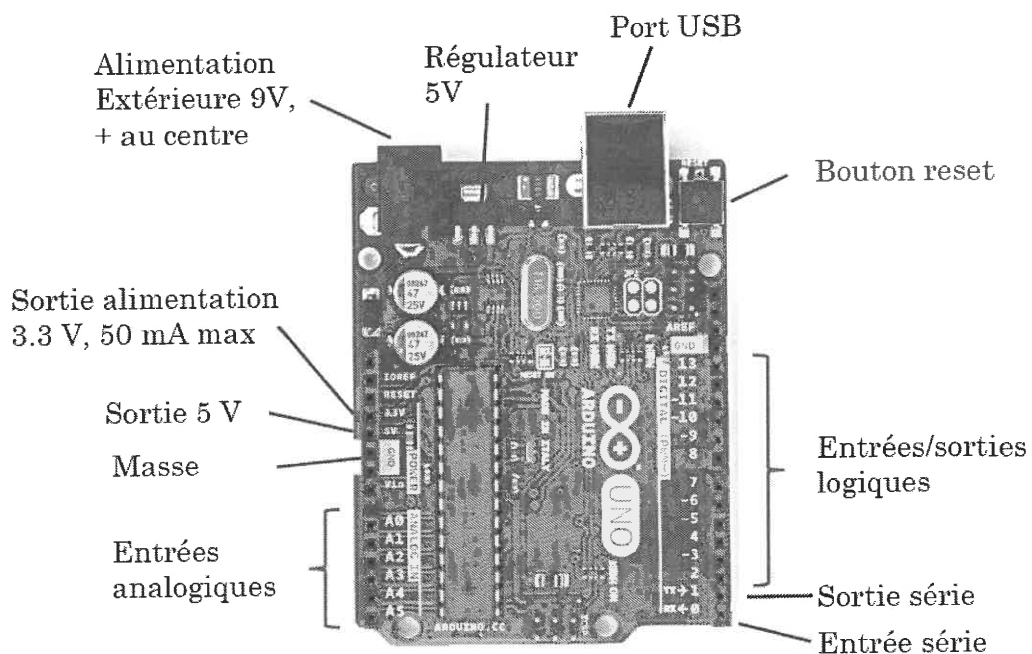
4.2 TP 2 - Réponse indicielle d'un circuit (R, C)

Objectifs de la manipulation :

Il s'agit :

- d'étudier la réponse indicielle d'un filtre passe-bas (R, C) série à l'aide d'un microcontrôleur;
- de déterminer la fréquence de coupure du filtre (R, C).

4.2.1 Présentation de la carte Arduino Uno



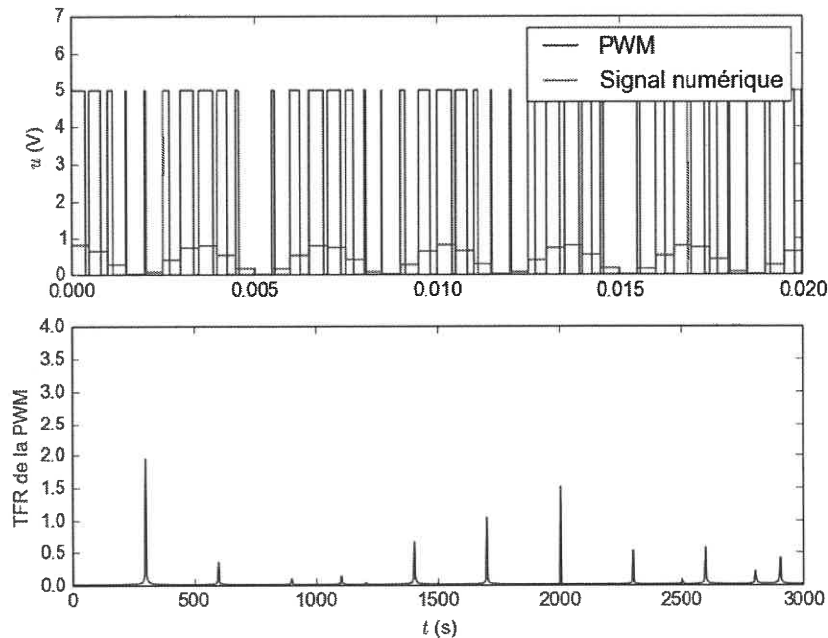
Document 1 : Signal analogique d'entrée

Cette carte possède des entrées analogiques qui permettent la conversion **analogique-numérique** : le signal d'entrée est échantillonné à une fréquence f_e qui peut aller jusqu'à 100 kHz, avec un convertisseur numérique-analogique 10 bits, soit $2^{10} = 1024$ valeurs possibles : la **plage** $[0, 5V]$ est convertie en un entier de l'intervalle $[[0, 1024]]$.

Grâce à un logiciel fourni sous licence libre installé sur un ordinateur, on peut écrire des programmes qui traitent ces données à l'envie et les téléverser sur la carte pour les exécuter sur un processeur cadencé à 16 MHz, ce qui est très rapide à l'échelle de f_e .

Document 2 : Signal de sortie

La carte possède également des sorties qui permettent la **conversion numérique-analogique**, mais sous une forme un peu particulière. Le signal de sortie se présente sous la forme d'un signal créneau, dont la largeur de chaque créneau est modulée par le signal. Ainsi, un signal sinusoïdal sera par exemple représenté par le signal ci-dessous.



On parle de **Modulation de Largeur d'Impulsion**, notée MLI en français ou PWM en anglais (Pulse Width Modulation). On peut montrer que le spectre de ce signal comporte une composante basse fréquence correspondant au signal à transmettre (voir ci-dessus). Il convient alors simplement d'ajouter un filtre passe-bas en sortie de la carte, de fréquence de coupure supérieure à la fréquence du signal et très inférieure à celle du signal créneau de la PWM :

$$f_s < f_c \ll f_{\text{PWM}}$$

Un simple circuit (R, C) fera l'affaire.

Au final, un entier N tel que $0 \leq N < 256$ sera converti en une tension $u_s(t)$ telle que :

$$s(t) = \frac{N}{256} \times 5V$$

4.2.2 Mesure de la fréquence de coupure du filtre passe-bas placé en sortie

Alimenter la carte micro-contrôleur et la relier à l'ordinateur.

Ouvrir le logiciel IDE permettant de « dialoguer » avec la carte et ouvrir le programme charge_capa. Le langage de programmation est le **langage Arduino**.

On gardera à l'esprit :

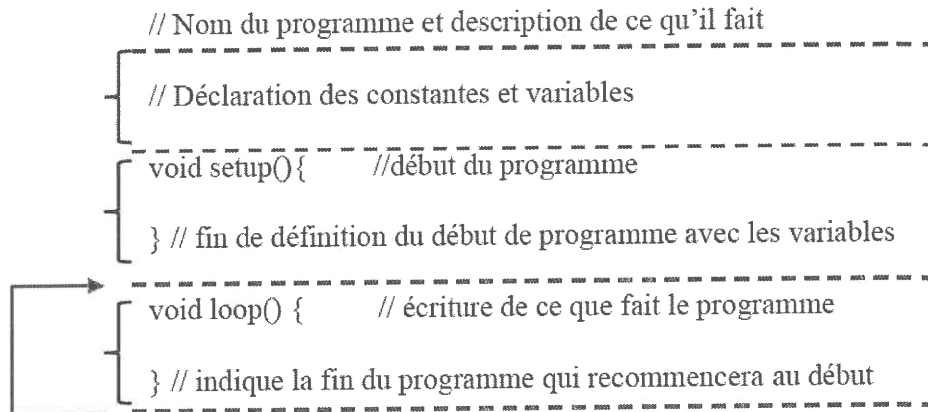
- // indique un commentaire dans le programme;
- ; indique une fin d'instruction.

Document 4 : Quelques données

- `const` : on définit une variable qui est en fait une constante;
- `int` : correspond à une variable de type entier dont la valeur est comprise entre -2 147 483 648 et +2 147 483 647;
- `float` : correspond à une variable de type flottant;
- `pinMode(X, Y)` : permet de configurer une entrée/sortie (I/O) en sortie ou en entrée :
 - * X correspond au numéro de l'I/O (2, 3, 4, ...);
 - * Y correspond aux modes INPUT ou OUTPUT;
- `delay(X)` : permet d'arrêter le programme pendant X millisecondes;
- `analogRead(X)` : lit la tension sur l'entrée X (X allant de 0 à 5) et la convertit en un nombre compris entre 0 et 1023;
- `analogWrite(X, Y)` : c'est la fonction dédiée au PWM de l'arduino. Il faut spécifier l'I/O X ainsi que la valeur du rapport cyclique Y. Y doit avoir une valeur comprise entre 0 et 255.
- `digitalWrite(X, LOW / HIGH)` : impose un niveau logique bas ou haut sur la sortie numérique X sélectionnée.

- * $Y = 0$: la sortie est toujours à 0.
 - * $Y = 255$: la sortie est toujours à 5 V.
 - `micros()` retourne le nombre de microsecondes depuis le démarrage du programme par la carte Arduino.
 - `Serial.begin(X)` permet de définir le débit de communication à X bauds.
 - `Serial.print(Donnée, Format)` Cette fonction permet d'émettre une ou plusieurs données sur la liaison série en précisant le codage utilisé.
- Si la variable `Format` n'est pas précisée, une donnée numérique sera considérée comme de type flottant, une chaîne de caractères sera transmise tel quelle et un flottant sera transmis uniquement avec deux décimales.

Document 5 : Structure d'un programme en langage Arduino



N.B : Des logiciels permettent de convertir le langage Python en langage Arduino.
Compilation du programme et envoi à l'arduino :

Compilation

Compilation
+ envoi à l'arduino

Rapport de fin de
compilation et
d'envoi à l'arduino

```

LED_qui_clignote_V2
//LED qui clignote
const int led_rouge=2; //on définit une constante de type entier
void setup() { //début du programme
  pinMode(led_rouge,OUTPUT); // l'I/O 2 est utilisée comme une sortie
} // fin de définition du début de programme avec les variables

void loop() { // écriture de ce que fait le programme
  digitalWrite(led_rouge,LOW); // mettre la sortie 2 à l'état haut
  delay(1000); // Ne rien faire pendant 1000 ms = 1s
  digitalWrite(led_rouge,HIGH); //mettre la sortie 2 à l'état bas
  delay(1000); //attendre à nouveau
} // indique la fin du programme qui recommencera au début

Taille binaire du croquis : 1 082 octets (d'un max de 32 256 octets)
Arduino Uno en COM4

```

Le microcontrôleur est utilisé dans ce contexte pour :

- **alimenter** le filtre (R , C) série (broche numérique Entrées/Sorties logiques 2);
On prendra $R = 10\text{k}\Omega$ et $C = 10\mu\text{F}$.
- Le filtre (R , C) sera alimenté par un échelon de tension d'amplitude 5,0 V généré par le microcontrôleur.
- Le condensateur du filtre sera initialement court-circuité par un fil électrique;
- **relever** la tension aux bornes du condensateur C (entrée analogique A0) après avoir supprimé le court-circuit.

Réaliser - (Manip.1) :

- Déterminer et mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'obtenir la réponse indicielle du filtre (R, C).
- Téléverser le programme `charge_capa` dans la carte Arduino. Lorsque le message « Fin de charge du condensateur s'affiche », décocher le **défilement automatique** et copier les valeurs de la tension U_c et du temps t dans le tableur LatisPro.

Valider :

1. À l'aide d'une modélisation adaptée, déterminer la fréquence de coupure $f_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R \cdot C}$ du filtre (R, C) étudié.

4.3 TP 3 - Deux oscillateurs électroniques

4.3.1 Oscillateur quasi-sinusoïdal à pont de Wien

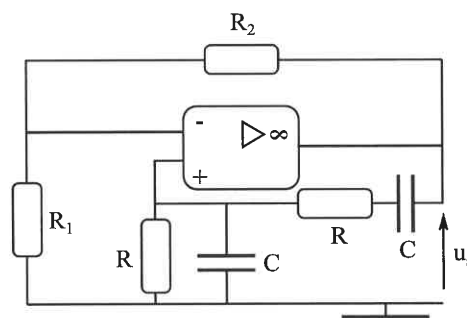
Objectifs de la manipulation :

- Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.

Le montage étudié est représenté ci-contre.

L'entrée du pont de Wien est reliée à la sortie de l'ALI non inverseur et sa sortie est reliée à la borne non inverseuse + de l'ALI. Le pont de Wien réinjecte donc une partie du signal de sortie de l'ALI à l'entrée de l'ALI, réalisant ainsi une boucle de rétroaction.

Le dispositif est formé par l'association d'un montage amplificateur non inverseur et d'un pont de Wien.



Analyser :

1. Reproduire le schéma en identifiant le bloc amplificateur et le bloc filtre.

Il n'y a aucune alimentation (hormis les alimentations ± 15 V de l'ALI). L'ALI est supposé idéal.

Des oscillations peuvent apparaître; elles sont fonction de la valeur de $A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$.

Analyser :

2. Montrer que si $A = 3$, le circuit constitue théoriquement un oscillateur sinusoïdal de fréquence $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$.

Réaliser - Oscillateur à pont de Wien (Manip.1)

- On pourra prendre $R = 1,0 \text{ k}\Omega$, $C = 0,10 \mu\text{F}$ et $R_1 = 1,0 \text{ k}\Omega$. La résistance R_2 est une résistance variable. On observera les deux tensions v^+ et u_s sur l'oscilloscope.
- Vérifier que le système n'oscille pas tant que le gain de l'ALI est inférieur à 3 (commencer par conséquent avec une valeur de R_2 petite), qu'il oscille dès que ce gain atteint la valeur 3, et se sature d'autant plus fortement que le gain est supérieur à 3.
- Enregistrer à l'oscilloscope la phase de naissance des oscillations. L'oscilloscope sera utilisé en mode **Single**.

Valider :

3. Pour quelle valeur de R_2 obtient-on des oscillations? Comparer avec la condition d'accrochage prévue. Déterminer la fréquence de ces oscillations ainsi que l'incertitude associée à un taux de confiance de 95%. Comparer avec f_0 . Choisir d'autres valeurs pour R et C et mesurer la fréquence des oscillations.

Réaliser - Analyse spectrale (Manip.2)

- Observer le spectre des deux signaux v^+ et u_s à l'aide de LatisPro et faire des commentaires pertinents sur les spectres observés.
- Indiquer sur les spectres les paramètres d'acquisition (fréquence d'échantillonnage, calibre, fenêtre de pondération...) et justifier ces choix.

Remarques :

- * on choisira obligatoirement le **réglage manuel** pour la réalisation du spectre FFT pour s'exercer.
- * **Attention :** le calibre de la carte d'acquisition étant ± 10 V, la tension ne doit pas excéder cette valeur sinon il y a saturation du CAN. Prévoir alors les montages suiveur et pont diviseur de tension contenant une boîte AOIP à intercaler entre la sortie de l'oscillateur et la carte d'acquisition afin d'éviter ce problème.

Valider :

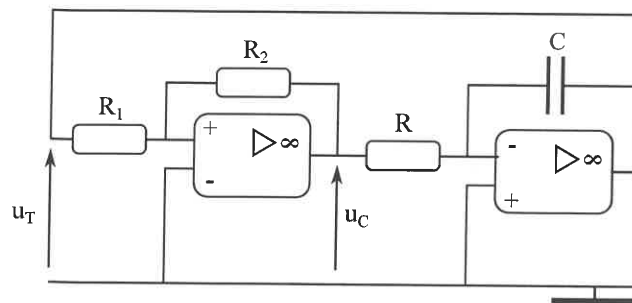
4. Observer puis expliquer que v^+ a une allure plus sinusoïdale que u_s .

4.3.2 Un oscillateur à relaxation

Objectifs de la manipulation :

- Visualisation à l'oscilloscope du cycle d'hystérésis d'un montage comparateur à hystérésis non inverseur.
- Réaliser un oscillateur de relaxation.

Un montage à ALi possible est le suivant (avec $R_1 = R = 1,0\text{ k}\Omega$, $R_2 = 10,0\text{ k}\Omega$, $C = 100\text{ nF}$) :



Analyser :

5. Faire apparaître sur le schéma du montage les deux blocs « classiques » formant ce multivibrateur.

L'observation de u_C montre des signaux rectangulaires, celle de u_T conduit à des signaux triangulaires de même période. La période T de ces signaux est donnée par $T = 4 \frac{R_1}{R_2} R \cdot C$.

Analyser :

6. Retrouver théoriquement la période des oscillations électriques dont ce montage est le siège.

Réaliser - Visualisation du cycle d'hystérésis (Manip.3)

- Câbler le montage comparateur à hystérésis non inverseur et visualiser à l'oscilloscope le cycle d'hystérésis.

Valider :

7. Mesurer les seuils de basculement haut et bas et comparer à leurs valeurs respectives $u_T^+ = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$ et $u_T^- = -\frac{R_1}{R_2} V_{sat}$.
8. Justifier l'appellation comparateur à hystérésis non inverseur.

Réaliser - Oscillateur à relaxation (Manip.4)

- Câbler le montage oscillateur à relaxation complet.
- Vérifier que le signal en sortie du comparateur est un signal créneau symétrique et que celui en sortie du montage intégrateur pur inverseur est un signal triangulaire.

Valider :

9. Mesurer la période des oscillations et la comparer à la valeur théorique.

5 Travaux pratiques - Propagation libre et propagation guidée

5.1 TP 4 - Ondes électrocinétiques dans un câble coaxial

Objectifs de la manipulation :

- Déterminer la valeur de la célérité des ondes électrocinétiques se propageant le long d'un câble coaxial et la permittivité relative de même câble;
- Déterminer l'impédance caractéristique du câble;
- Déterminer si le câble coaxial utilisé est dispersif ou non.

Cette manipulation s'intéresse à la propagation des ondes électrocinétiques dans un câble coaxial. La structure d'un tel câble est représentée sur la photo de la figure 1. On peut distinguer :

- L'âme du câble (D) : généralement en cuivre;
- La gaine ou blindage (B) : souvent en métal tressé (Cuivre ou Aluminium);
- L'isolant (C) : il sépare la gaine et l'âme;
- La gaine extérieure (A), en plastique.

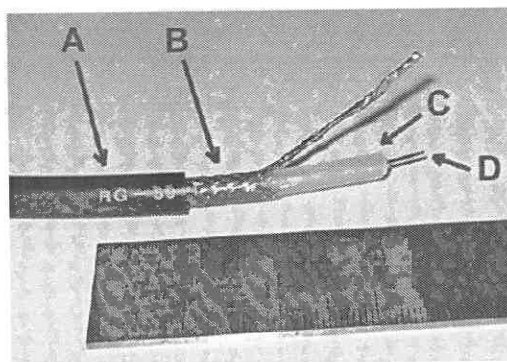


FIGURE 3 – Anatomie d'un câble coaxial

D'un point de vue électrique, le système est bien représenté par un ensemble de deux conducteurs cylindriques coaxiaux. L'âme a un rayon a , la gaine un rayon b et l'isolant (diélectrique) qui les sépare a une permittivité relative ϵ_r . Dans ces conditions, on montre que la capacité et l'inductance linéiques du câble sont respectivement :

$$C_u = \frac{2\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \text{ et } L_u = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

L'axe du câble est l'axe (Ox). Une portion de longueur dx du câble est modélisée par le montage de la **figure 2**. La permittivité relative d'un milieu diélectrique (isolant) est liée à l'indice de réfraction n dans ce milieu par la relation $\epsilon_r = n^2$. On rappelle que $\epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot c^2 = 1$.

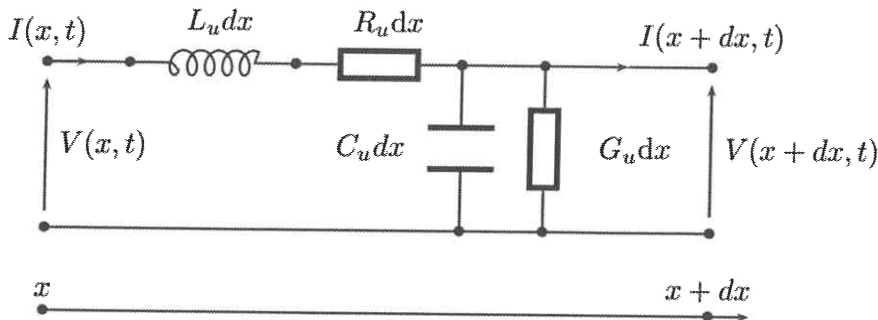


FIGURE 4 – Modélisation d'une tranche élémentaire de câble

S'appropriier :

1. Écrire les deux équations de couplage liant $V(x, t)$ et $I(x, t)$.
2. En déduire l'équation de propagation vérifiée par $V(x, t)$ et $I(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + (L_u \cdot G_u + R_u \cdot C_u) \frac{\partial V}{\partial t} + R_u \cdot G_u V$$

3. Expliquer pourquoi la forme de l'équation de propagation dans le cas où l'on considère le câble comme idéal est la suivante :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

On rappelle que la solutions générale de cette équation différentielle est de la forme :

$$V(x, t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right) + g\left(t + \frac{x}{v}\right)$$

qui correspond à la somme d'une onde progressive dans le sens x croissant et d'une onde progressive dans le sens x décroissant.

On va chercher à mesurer cette vitesse en étudiant la propagation d'impulsions de tension dans le câble.

S'appropriier :

Le principe est de mesurer le temps de propagation d'impulsions le long d'une ligne de longueur L . Ces impulsions, émises par le générateur, sont réfléchies à l'extrémité de la ligne (ce phénomène est étudié en détail dans la deuxième partie du TP) et reviennent au générateur avec un retard $\Delta t = \frac{2L}{v}$.

Réaliser - (Manip.1) :

- Observer à l'oscilloscope la tension de sortie du générateur d'impulsions. Régler le générateur pour obtenir un signal créneau dissymétrique de fréquence $f = 100$ kHz et de rapport cyclique $\alpha = 1$ %.
- Réaliser le montage représenté sur la figure 3 avec le câble coaxial de longueur $L = 100$ m. En A, placer un Té coaxial de façon à observer la tension en ce point. Laisser pour le moment la sortie en B ouverte (ie. $Z_t \rightarrow +\infty$). Observer le train d'impulsions obtenu en A.

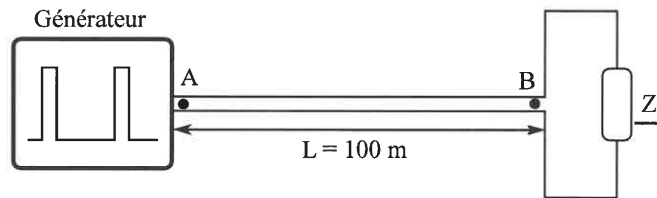


FIGURE 5 – Propagation sur un câble

Analyser et Valider :

4. Comment peut-on identifier les impulsions émises par le générateur et celles qui sont réfléchies ?
5. Mesurer Δt et évaluer l'incertitude de mesure associée à un taux de confiance de 95 %. En déduire les valeurs de v et ϵ_r , avec leurs incertitudes associées.
6. Quel(s) phénomènes dissipatifs, non pris en compte dans le modèle étudié ci-dessus, peuvent expliquer que les impulsions réfléchies n'ont pas la même amplitude que les impulsions émises ?
7. En admettant que l'amplitude suit une loi exponentielle en $\exp(-\alpha x)$, mesurer le coefficient d'absorption α (en m^{-1}) des ondes dans le câble.

On considère une onde progressive harmonique (OPH) se propageant sur le câble :

$$\underline{V}^+(x, t) = V_0^+ \exp[J(\omega t - kx)] \text{ et } \underline{I}^+(x, t) = I_0^+ \exp[J(\omega t - kx)]$$

S'approprier :

8. Montrer qu'on a alors :

$$\underline{V}^+ = +Z_c \cdot \underline{I}^+ \text{ et } \underline{V}^- = -Z_c \cdot \underline{I}^- \text{ avec } Z_c = \sqrt{\frac{L_u}{C_u}} : \text{ impédance caractéristique du câble}$$

On envoie une onde progressive harmonique depuis les $x < L$ (onde incidente), qui se propage sur un câble se terminant en $x = L$. Une onde réfléchie se superpose alors à l'onde incidente. Les tensions et intensités dans la ligne sont de la forme :

$$\underline{V}(x, t) = V_0^+ \exp[J(\omega t - k(x-L))] + V_0^- \exp[J(\omega t + k(x-L))]$$

$$\underline{I}(x, t) = \frac{1}{Z_c} V_0^+ \exp[J(\omega t - k(x-L))] - \frac{1}{Z_c} V_0^- \exp[J(\omega t + k(x-L))]$$

S'approprier :

9. Montrer que, lorsque le câble se termine en $x = L$ sur une impédance Z_t , le coefficient de réflexion en tension $r_u = \frac{U_-}{U_+}$ s'écrit $r_u = \frac{Z_t - Z_c}{Z_t + Z_c}$. Étudier les cas particuliers $Z_t = 0$, $Z_t \rightarrow +\infty$, $Z_t = Z_c$.



Réaliser et Valider - (Manip.2) :

- Continuer avec le montage de la manipulation 1, en connectant l'extrémité B à une boîte de résistances variable.
Observer les impulsions dans le cas $Z_t = 0$. Comparer avec le cas précédent $Z_t \rightarrow +\infty$.
- Déterminer la valeur de Z_t qui permet de minimiser les impulsions réfléchies. Réaliser cette mesure avec des courts fils de connexion et des longs fils de connexion. Comment expliquer cette différence ?

5.2 TP 5 - Oscillations forcées sur une corde de Melde

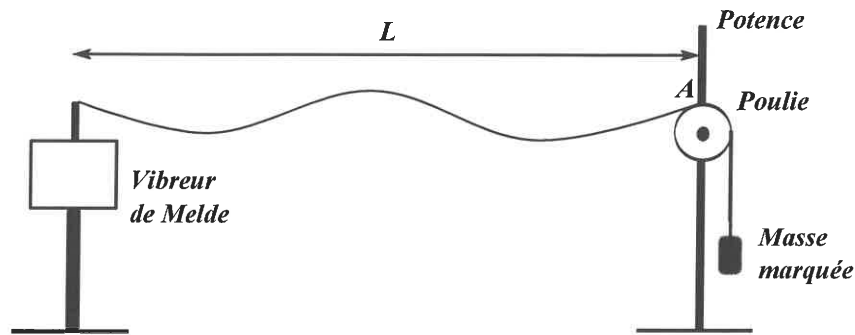
Objectifs de la manipulation :

- Mettre en évidence les modes propres de vibration de la corde de Melde qui sont aussi les modes propres d'une corde fixée à ses deux extrémités;
- Étudier un phénomène de résonance multiple.

Vous disposez de :

- un vibreur de Melde et son générateur associé
- une corde de Melde et différentes masses marquées
- un mètre ruban et une balance de précision.

On considère une corde tendue horizontalement.



Une extrémité de cette corde est attachée à un vibreur. Ce vibreur est mis en mouvement par un générateur délivrant un signal sinusoïdal de fréquence f réglable.

L'autre extrémité de la corde est tendue grâce à une masse m .

On note L la longueur utile de la corde entre le vibreur et la poulie, cette longueur est mise en mouvement par le vibreur et constitue donc un milieu de propagation fermé pour des ondes mécaniques.

On note c la célérité des ondes dans ce milieu. On rappelle que $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ où

- T est la tension de la corde;
- μ est la masse linéique de la corde.

Le vibreur impose à l'extrémité gauche de la corde l'élongation

$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad y(x=0, t) = a \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

L'onde mécanique générée est une onde stationnaire d'expression

$$\forall (x, t) \in [0, L] \times \mathbb{R}, \quad y(x, t) = \frac{a}{\sin(k \cdot L)} \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(k \cdot (L - x))$$



Réaliser - (Manip.1) :

Dans cette manipulation la fréquence f du vibreur et c sont fixés. Il faut **utiliser le vibreur à une fréquence fixe**, par exemple $f = 50$ Hz.

- Faire varier L pour obtenir différents modes propres;
- **Pour chaque mode propre** : mesurer la longueur L de la corde, le nombre n de fuseaux et en déduire λ_n .



Analyser et Valider :

1. Calculer la célérité c des ondes transversales grâce à la série de mesures obtenues et donner le résultat avec une incertitude type A (Python).



Réaliser - (Manip.2) :

- Proposer et mettre en œuvre un protocole basé sur l'examen d'ondes stationnaires permettant d'estimer la masse linéique de la corde.

On réalisera obligatoirement une régression linéaire et on s'interrogera sur les paramètres à faire varier dans cette étude! On donnera une estimation de l'incertitude de la masse linéique μ associée à un taux de confiance de 95 %.



Valider :

2. Donner une estimation de la masse linéique de la corde et son incertitude-type.

6 Travaux pratiques - Mécanique

6.1 TP 6 - Chute d'une bille dans un fluide visqueux



Objectifs de la manipulation :

- Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.

On dispose ... :

- d'une caméra GoPro et du logiciel **AMPCAP** associé;
- d'un ordinateur équipé du logiciel **LatisPro** pour l'exploitation de la vidéo réalisée;
- d'une bille en acier (diamètre d et masse m à mesurer) et une éprouvette remplie de glycérol;
- d'une balance de précision et d'un pied à coulisse.



Réaliser - (Manip.1) : Réalisation du film

- Réaliser un film de la chute de la bille d'acier dans la glycérine commerciale.

Masse volumique de la glycérine commerciale : $\rho_g = 1,27 \pm 0,02 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$

On souhaite caractériser la force de frottement fluide exercée par la glycérine sur la bille. La mécanique des fluides prévoit que ces frottements fluides peuvent être modélisés par une force de la forme :

$$\vec{f} = -6\pi\eta \cdot R \vec{v}(M/\mathcal{R})$$

où η est la viscosité dynamique de la glycérine à condition que l'écoulement se fasse à bas nombre de Reynolds;

c'est-à-dire que le nombre de Reynolds (sans dimension) vérifie :

$$\mathcal{R}_e = \frac{2R \cdot v \cdot \rho_g}{\eta} \ll 1$$

On suppose la condition précédente remplie dans cette expérience.



S'approprier :

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par v_z , composante verticale de la vitesse de la bille (axe vertical choisi descendant).
2. Donner l'expression du temps caractéristique τ du régime transitoire.
3. Donner l'expression de la vitesse limite $v_{z\infty}$ atteinte.
4. Tracer l'allure de l'évolution temporelle de $v_z = f(t)$ attendue.



Réaliser - (Manip.2) : Exploitation du film

- Ouvrir le fichier `Chute_bille.avi` enregistré à l'aide du logiciel **LatisPro**.
- Faire coïncider l'origine du repère d'espace avec le centre de la bille.
- Fixer un étalon de longueur.
- Orienter l'axe des ordonnées vers le bas.
- Réaliser le pointage du centre de la bille au cours du temps.
- Construire les graphes $z = f(t)$ et $v_z = f(t)$.

Analyser et Valider :

- Déduire du graphe de $v_z = f(t)$ la vitesse limite $v_{z\infty}$ atteinte. En déduire une valeur de la viscosité dynamique η (exprimée en Poiseuille Pl ou Pa·s).
- Cette valeur est-elle cohérente avec les valeurs tabulées que l'on peut trouver dans la littérature :

Viscosity of Aqueous Glycerine Solutions in mPa.s

Glycerine percent weight	Temperature (°C)										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0 ⁽¹⁾	1.792	1.308	1.005	0.8007	0.6560	0.5494	0.4688	0.4061	0.3565	0.3165	0.2838
10	2.44	1.74	1.31	1.03	0.826	0.680	0.575	0.500	---	---	---
20	3.44	2.41	1.76	1.35	1.07	0.879	0.731	0.635	---	---	---
30	5.14	3.49	2.50	1.87	1.46	1.16	0.956	0.816	0.690	---	---
40	8.25	5.37	3.72	2.72	2.07	1.62	1.30	1.09	0.918	0.763	0.668
50	14.6	9.01	6.00	4.21	3.10	2.37	1.86	1.53	1.25	1.05	0.910
60	29.9	17.4	10.8	7.19	5.08	3.76	2.85	2.29	1.84	1.52	1.28
65	45.7	25.3	15.2	9.85	6.80	4.89	3.66	2.91	2.28	1.86	1.55
67	55.5	29.9	17.7	11.3	7.73	5.50	4.09	3.23	2.50	2.03	1.68
70	76	38.8	22.5	14.1	9.40	6.61	4.86	3.78	2.90	2.34	1.93
75	132	65.2	35.5	21.2	13.6	9.25	6.61	5.01	3.80	3.00	2.43
80	255	116	60.1	33.9	20.8	13.6	9.42	6.94	5.13	4.03	3.18
85	540	223	109	58	33.5	21.2	14.2	10.0	7.28	5.52	4.24
90	1310	498	219	109	60.0	35.5	22.5	15.5	11.0	7.93	6.00
91	1590	592	259	127	68.1	39.8	25.1	17.1	11.9	8.62	6.40
92	1950	729	310	147	78.3	44.8	28.0	19.0	13.1	9.46	6.82
93	2400	860	367	172	89	51.5	31.6	21.2	14.4	10.3	7.54
94	2930	1040	437	202	105	58.4	35.4	23.6	15.8	11.2	8.19
95	3690	1270	523	237	121	67.0	39.9	26.4	17.5	12.4	9.08
96	4600	1580	624	281	142	77.8	45.4	29.7	19.6	13.6	10.1
97	5770	1950	765	340	166	88.9	51.9	33.6	21.9	15.1	10.9
98	7370	2460	939	409	196	104	59.8	38.5	24.8	17.0	12.2
99	9420	3090	1150	500	235	122	69.1	43.6	27.8	19.0	13.3
100	12070	3900	1410	612	284	142	81.3	50.6	31.9	21.3	14.8

⁽¹⁾Viscosity of water taken from: Properties of Ordinary Water-Substance. N.E. Dorsey, p. 184. New York (1940)

Valider :

- Estimer le temps τ , justifier l'allure de la courbe expérimentale $v_z = f(t)$.
- Estimer l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds pour cette expérience : la modélisation proposée est-elle pertinente?

7 Travaux Pratiques - Optique

7.1 TP 7 - Goniomètre à réseau

Objectifs de la manipulation :

- Régler et mettre en œuvre une lunette autocollimatrice et un collimateur;
- Mesurer une longueur d'onde optique à l'aide d'un goniomètre à réseau.

Le goniomètre utilisé comporte :

- une **plate-forme** mobile, dont on peut régler l'horizontalité, et qui peut tourner autour de son axe vertical (Δ); cette plate-forme peut être bloquée par vis de serrage;
- un **disque métallique gradué** et deux verniers permettant la mesure des angles;
- une **lunette autocollimatrice**; elle peut tourner autour de l'axe vertical (Δ), ou être bloquée par vis de serrage; on peut en repérer la position angulaire grâce aux verniers;

- un **collimateur** solidaire du châssis, muni d'une fente réglable en largeur, dont l'axe horizontal est fixé par construction;
- un éventuel **collimateur** à oculaire micrométrique.

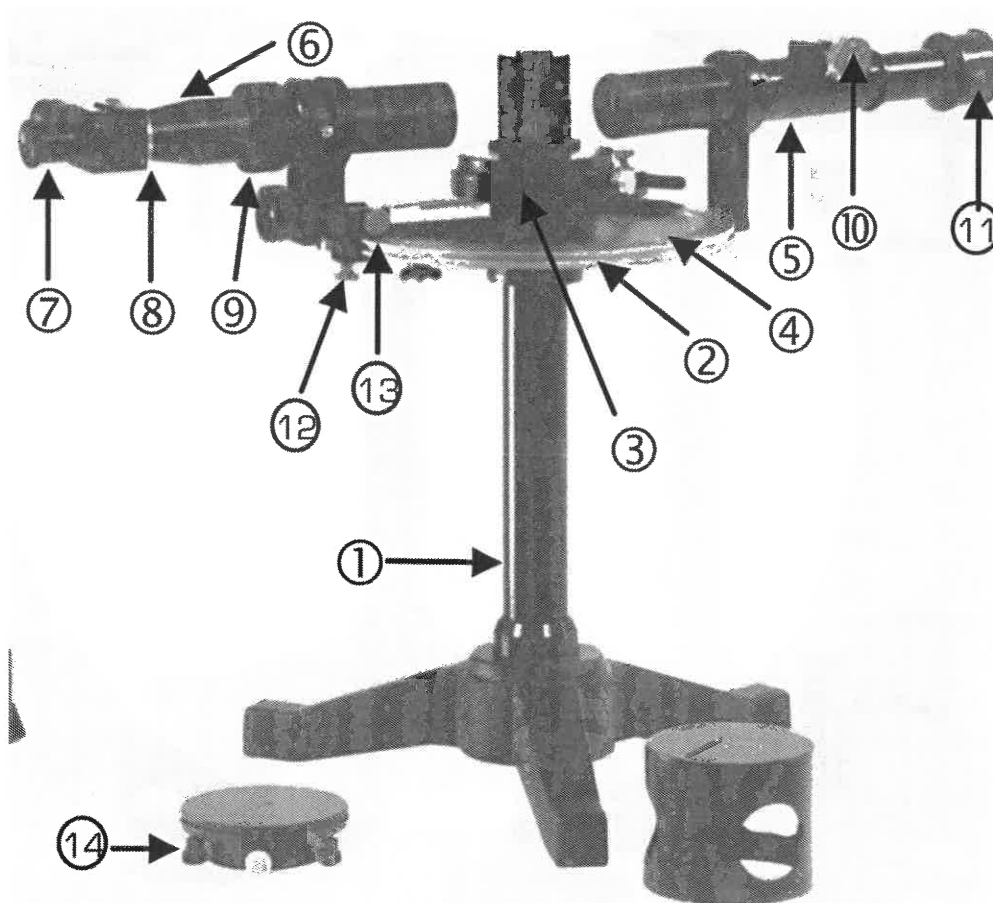


FIGURE 6 – Photographie du goniomètre utilisé

Le réseau mis à disposition est un réseau de densité affichée $n = 600 \text{ traits} \cdot \text{mm}^{-1}$.

Principe de fonctionnement

On souhaite étudier la déviation par un réseau d'un faisceau de lumière parallèle.

- Le **collimateur** permet, à partir d'une source lumineuse à distance finie, de fabriquer un faisceau lumineux parallèle. Ici, la source est une lampe à vapeur de mercure.
- La **plate-forme** : on y place le prisme qui est éclairé par le faisceau de lumière parallèle obtenu grâce au collimateur. En faisant pivoter la plate-forme, on modifie l'angle d'incidence i du faisceau sur le prisme.
- La **lunette** : elle sert à déterminer la direction du faisceau émergent. Celui-ci étant parallèle, la lunette doit être réglée pour une visée à l'infini.

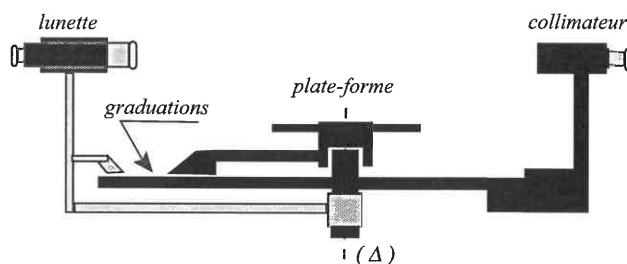


FIGURE 7 – Schéma du goniomètre

Réglage de la lunette autocollimatrice

Ce réglage est à savoir faire et fait partie des compétences expérimentales exigibles aux concours!!

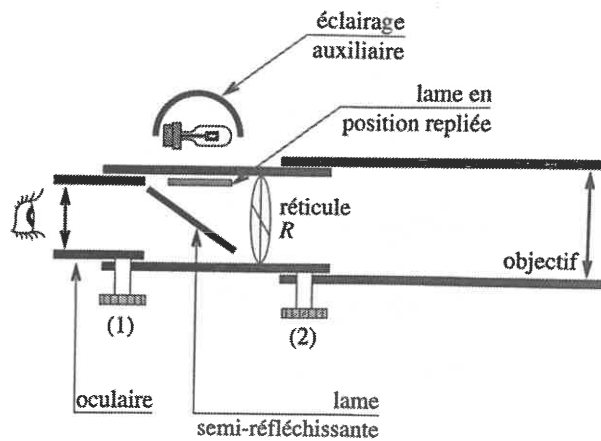


FIGURE 8 – Lunette autocollimatrice

Réaliser - (Manip.1) : Réglage de la lunette autocollimatrice

Une lunette est constituée d'un *objectif* et d'un *oculaire*.

Une *lunette autocollimatrice* possède en plus un système d'éclairage pour le réticule, grâce auquel on peut régler la lunette à l'infini à l'aide uniquement d'un miroir plan (d'où le terme d'*autocollimation*).

Réglage de l'oculaire : avec la molette (1), on peut modifier la distance entre l'oculaire et le réticule.

L'*objectif* est de voir net le réticule, sans avoir à accommoder. (Pour un œil normal ou un œil corrigé par des lentilles de contact, le réticule est alors dans le plan focal objet de l'oculaire).

Faites ce réglage à l'aide de la source latérale de lumière et de la lame semi-réfléchissante interne à la lunette en position.

Réglage de l'objectif : avec la molette (2), on peut modifier la distance entre l'objectif et l'ensemble {réticule-oculaire}. Ici, on veut régler le tirage de la lunette de façon à viser un objet à l'infini : l'image d'un objet à l'infini doit se former sur le réticule. Pour cela, on procède par autocollimation :

Pour effectuer le réglage par autocollimation, il faut placer un miroir plan devant la lunette. Quand l'image du réticule se forme dans le plan du réticule, la lunette est réglée pour une vision à l'infini.

Attention, le réglage est correct si le réticule et son image ne se déplacent pas l'un par rapport à l'autre quand vous bougez la tête. Si c'est le cas, il faut recommencer.

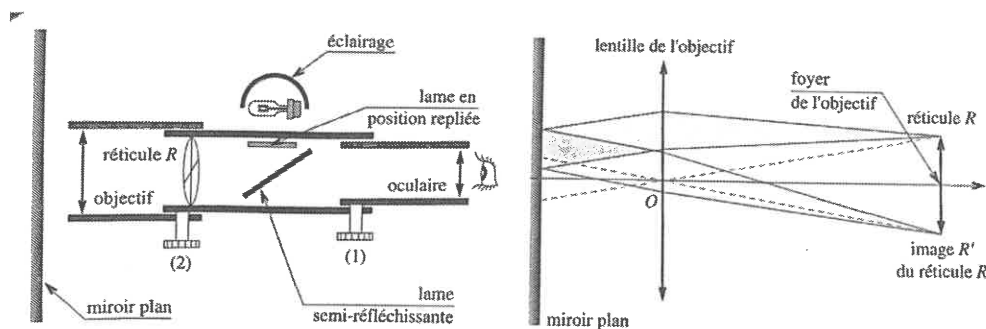


FIGURE 9 – Principe du réglage par autocollimation

Réglage du collimateur

Un *collimateur* est un système optique permettant de fabriquer un objet à l'infini. Il est constitué d'un objet (ici une fente) éclairé par une source lumineuse et d'une lentille. On règle la distance fente-lentille de manière à former une image à l'infini de la fente.

⚠ Réaliser - (Manip.2) : Réglage du collimateur

- Dégager la fente du collimateur en faisant basculer le petit prisme de comparaison en dehors du champ éclairé.
- La fente source doit être ouverte d'un demi-millimètre environ, et éclairée par la lampe à vapeur de mercure placée à quelques centimètres de la fente.
- Viser l'image de cette fente à travers la lunette et régler le collimateur de façon à la voir nette.
- Rendre cette image la plus fine possible et verticale en agissant sur la fente; elle doit alors coïncider avec le segment vertical du réticule de la lunette.
- Régler la perpendicularité de l'axe de la lunette avec l'axe vertical du goniomètre au moyen de la vis de basculement placée sous la lunette de façon à ce que l'image de la fente soit symétrique par rapport au segment horizontal du réticule.

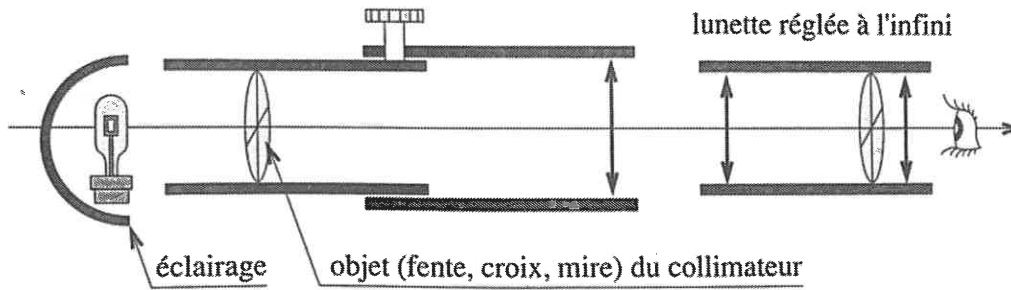


FIGURE 10 – Réglage du collimateur

On appelle

- a : pas du réseau;
- $n = \frac{1}{a}$: densité de traits.

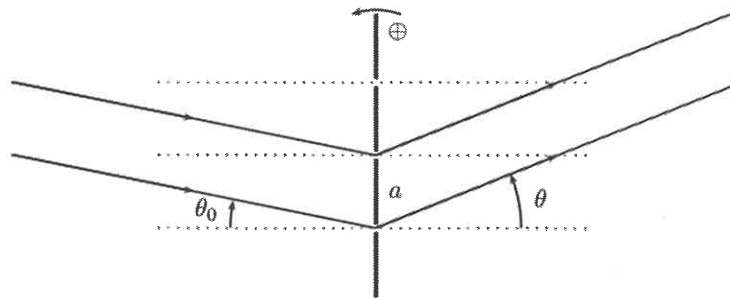


FIGURE 11 – Diffraction par le réseau

Sur le schéma précédent, on a représenté deux fentes consécutives diffractant la lumière. Raisonner sur des fentes consécutives suffit pour déterminer l'angle d'obtention d'un maximum principal de lumière que l'on appelle encore un **ordre**. Cette affirmation est justifiée par le caractère périodique du réseau dont la période spatiale est a .

🍃 S'approprier :

1. Montrer que la différence de marche entre deux rayons consécutifs diffractés par le réseau est :

$$\delta = a \cdot (\sin \theta - \sin \theta_i)$$

2. Montrer que les ordres correspondant aux maxima de lumière sont obtenus dans les directions θ_p données par la formule ci-dessous. On précisera les propriétés de p .

$$\sin \theta_p = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{a} = \sin \theta_i + p \cdot n \cdot \lambda$$

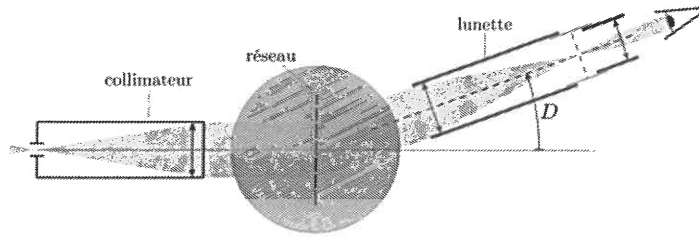


FIGURE 12 – Déviation d'un faisceau incident par un réseau

On définit la déviation du faisceau diffracté par $D = \theta_p - \theta_i$.

S'appropriier :

3. Montrer qu'au minimum de déviation, pour λ et p donnés :

$$\cos \theta_p = \cos \theta_i$$

4. Montrer que la solution $\theta_p = \theta_i$ n'est vérifiée que pour $p = 0$.

5. Montrer que pour $p \neq 0$, le minimum de déviation correspond à une configuration symétrique : le réseau est bissecteur de l'angle formé par le rayon incident et le rayon diffracté.

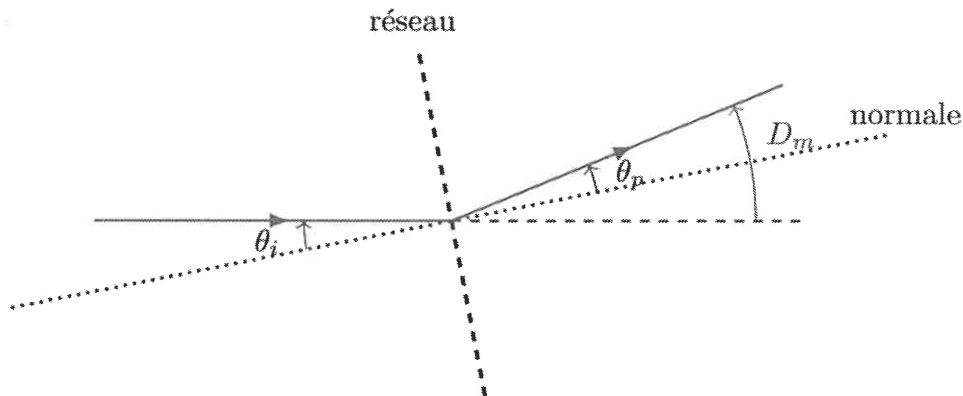


FIGURE 13 – Rayons au minimum de déviation pour l'ordre $p = 1$

S'appropriier :

6. Montrer alors qu'au minimum de déviation :

$$D_m = 2 \operatorname{Arcsin} \left(\frac{p \cdot \lambda}{2a} \right)$$

Repérage du minimum de déviation

On peut faire varier l'angle d'incidence θ_i en faisant tourner la plateau qui porte le réseau et observer ainsi le déplacement de la raie visée à travers la lunette. Au minimum de déviation, la raie visée se rapproche au maximum de la direction de l'ordre 0, qui correspond à la direction incidente, avant de rebrousser chemin. Cela permet de viser avec précision la direction du minimum de déviation, puisque la raie semble alors « rebondir » sur le réticule avant de repartir dans l'autre sens.

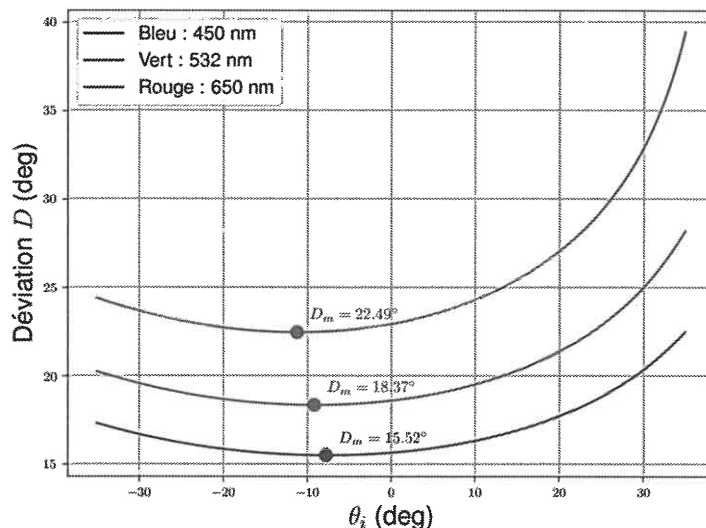


FIGURE 14 – Déviation D en fonction de θ_i pour un réseau de densité $n = 600$ traits/mm à l'ordre $p = 1$

Réaliser - (Manip.3) : Étude qualitative

- Identifier les raies et leur ordre par comparaison avec le tableau fourni en **document 2**. D'autres raies, moins lumineuses, peuvent également être visibles en fonction de la luminosité de la lampe source.

Analyser :

7. Combien d'ordres sont observables? Les comparer qualitativement en termes de luminosité et d'écart entre les raies.
8. Il peut arriver que les raies les plus déviées (rouge) de l'ordre p le soient davantage que les raies les moins déviées (violet) de l'ordre $p + 1$, si bien que les deux spectres des deux ordres « se mélangent ». Cela correspond à un recouvrement d'ordre.
Observez-vous ici un recouvrement d'ordre?
9. Modifier la largeur de la fente source. Quel est l'effet produit?

La valeur du pas a du réseau affichée par les constructeurs n'est qu'un ordre de grandeur.

Ainsi, il n'est pas raisonnable de réaliser directement des mesures de longueur d'onde sans passer par un étalonnage préalable du réseau, permettant d'accéder avec précision à la valeur de a ou $n = 1/a$. Une courbe d'étalonnage obtenue pour un réseau de densité $n = 604,6 \pm 0,2$ traits/mm à l'ordre $p = 1$ grâce à une lampe Mercure Cadmium est représentée sur la figure suivante.

Réaliser - (Manip.4) : Étalonnage du réseau

- Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant de réaliser une courbe d'étalonnage (droite de pente n) pertinente du spectromètre constitué par l'association du goniomètre et du réseau. On utilisera la méthode du minimum de déviation pour chaque raie, afin d'en déduire n et obtenir ainsi une série de mesures.

Attention : le minimum de déviation dépend de la longueur d'onde et de l'ordre, il est donc nécessaire d'identifier clairement l'ordre p pour chaque raie.

Valider :

10. Déduire des mesures le nombre n de traits par millimètre du réseau avec son incertitude. La comparer à la valeur affichée sur le réseau.

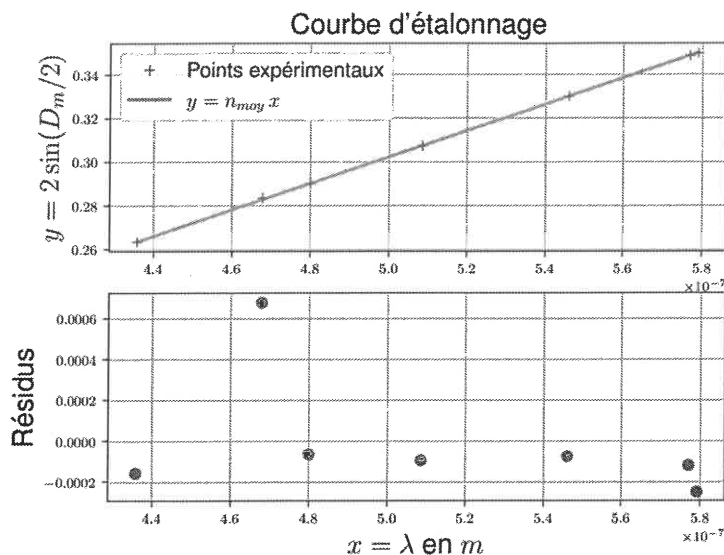


FIGURE 15 – Courbe d'étalonnage obtenue pour un réseau de densité affichée $n = 600$ traits/mm à l'ordre $p = 1$



Réaliser - (Manip.5) : Spectrométrie

- Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant de déterminer les longueurs d'onde associées au doublet jaune du sodium.



Valider :

- Mesurer les longueurs d'onde du doublet jaune du sodium avec leur incertitude obtenue par la méthode de Monte Carlo.

Document 1 : lecture d'un vernier angulaire gradué au $(1/30)^{\text{ème}}$

Un vernier, du nom de son inventeur (Pierre Vernier(1580 - 1637), mathématicien français), est un dispositif permettant d'augmenter la précision de la lecture sur un instrument de mesure sans avoir à graver des graduations supplémentaires trop serrées, graduations de distances pour un pied à coulisse ou graduations d'angles sur un goniomètre. Dans tous les cas, un vernier est constitué d'une partie fixe graduée et d'une partie mobile, elle aussi graduée mais ces graduations ne sont pas espacées de la même manière!

Sur les goniomètres, le vernier est un vernier dit au « $(1/30)^{\text{e}}$ ». La partie fixe est graduée tous les $1/2$ degré. À 30 graduations de la partie mobile correspondent 29 graduations de la partie fixe.

On note D la distance entre deux graduations consécutives de la partie fixe ($D = 0,5^\circ$) et d la distance entre deux graduations consécutives du vernier. On a :

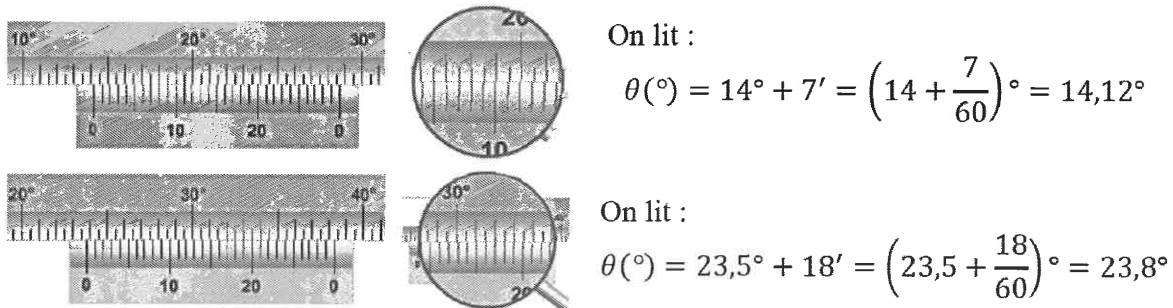
$$30 \times d = 29 \times D \text{ donc } d = \frac{29}{30} D$$

Pour faire coïncider la graduation 1 du vernier avec la première graduation de la partie fixe, il faut déplacer le vernier d'un trentième d'une graduation de la partie fixe, c'est-à-dire :

$$\frac{D}{30} = \frac{0,5^\circ}{30} = \frac{1^\circ}{60} = 1' \text{ (1 minute d'arc)}$$

Pour la lecture de l'angle, il faut ajouter le nombre de minutes d'arc correspondant au déplacement du vernier pour mettre en coïncidence les graduations des parties mobile et fixe à l'angle indiqué sur la partie fixe située juste avant le zéro de la partie mobile. On repère la graduation N de la partie fixe qui se situe juste avant le « zéro » de la partie mobile puis on cherche la graduation n de la partie mobile en coïncidence avec une graduation de la partie fixe (il n'y en a qu'une seule!) L'angle lu vaut :

$$\theta() = N() + n(')$$



Document 2 : Longueurs d'onde et couleurs associées

λ (nm)	Élément	Couleur (approx.)	Intensité
404,66	Hg		4
435,83	Hg		5
467,81	Cd		3
479,99	Cd		3
498,28	Na		2
508,58	Cd		4
546,07	Hg		5
568,26	Na		3
576,96	Hg		3
579,07	Hg		3
589,00	Na		5
589,59	Na		5
615,42	Na		3
616,07	Na		3
643,85	Cd		4

FIGURE 16 – Longueurs d'onde issues des tables NIST (air), affichées avec 2 décimales - 1 : faible et 5 : très forte

7.2 TP 8 - Interféromètre de Michelson

7.2.1 Schéma de l'interféromètre

Sur le schéma suivant figurent les différentes parties utiles d'un interféromètre de Michelson :

- la source lumineuse et l'écran de projection avec leurs lentilles L_1 et L_2 ;
- les deux miroirs M_1 et M_2 ;
- la séparatrice et la compensatrice;
- les vis 6 et 7 de réglage de la compensatrice (leurs positions peut changer suivant le modèle);
- les vis 1 et 2 de **réglage grossier** du parallélisme des miroirs;
- les vis 3 et 4 de réglage fin du parallélisme des miroirs;
- la vis 5 de **chariotage** du miroir M_1 .

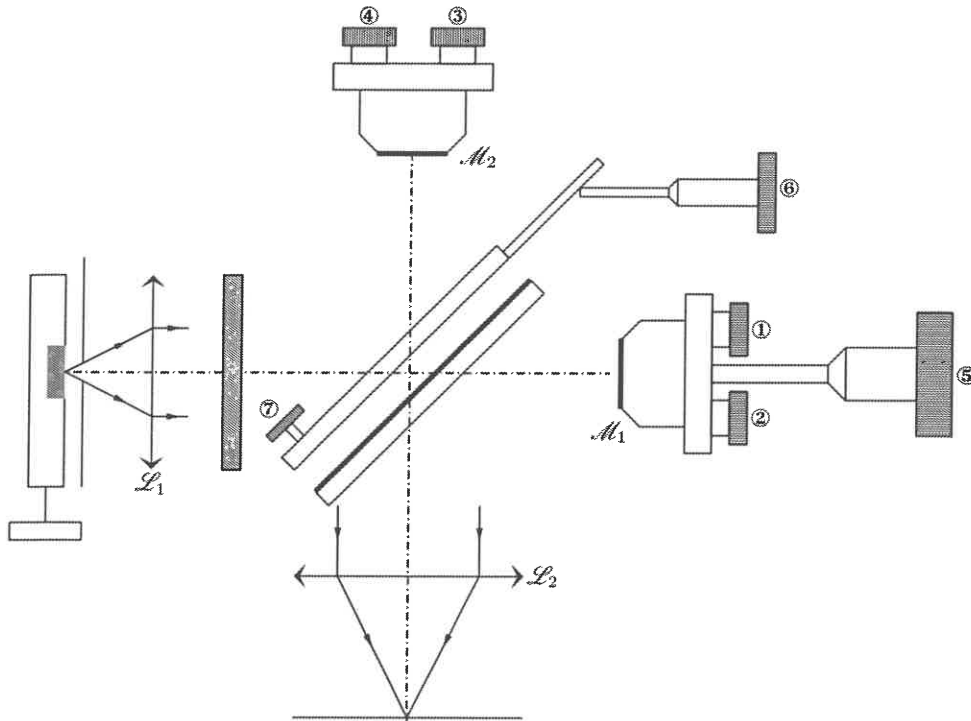


FIGURE 17 – Vue d'ensemble de l'interféromètre

La lentille d'entrée est en général placée le plus proche possible de l'interféromètre et n'est jamais déplacée. C'est la lampe que nous déplacerons par rapport à la lentille.

- Installer une lentille d'environ 10 à 15 cm de distance focale en entrée de l'interféromètre.

Principe de l'interféromètre : les deux faisceaux possèdent le même éclairement (même intensité lumineuse) et

présentent une différence de marche δ donc un déphasage $\Delta\Phi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$.

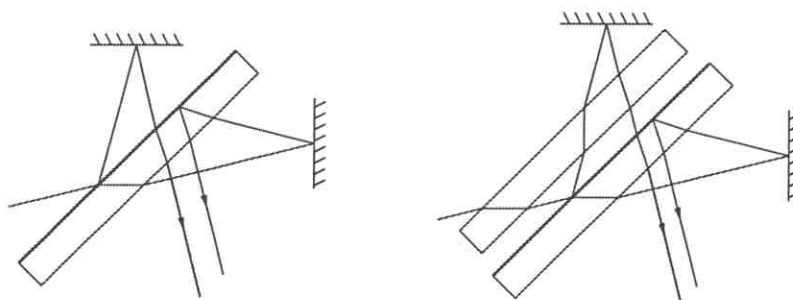


FIGURE 18 – Absence et présence de lame compensatrice

Rôle de la compensatrice : Avec les schémas précédents, nous constatons que lorsqu'il n'y a pas de compensatrice, il existe une **différence de marche supplémentaire** (par rapport à celle prévue par le cas idéal) due aux multiples

passages dans la séparatrice. La mise en place d'une compensatrice **permet de rattraper cette différence de marche et de la rattraper quel que soit l'angle d'incidence et la longueur d'onde.**

7.2.2 Réglage en lame d'air (par laser)

Apporter le plus grand soin aux réglages suivants. Procéder lentement et avec doigté. Il faut éviter absolument de toucher les miroirs, la séparatrice (\mathcal{S}_p) ou la compensatrice (\mathcal{C})

Réaliser - (Manip.1) : Réglage en lame d'air

- Régler approximativement, à l'œil, le parallélisme $\mathcal{S}_p // \mathcal{C}$ et la longueur des deux bras de l'interféromètre de façon à obtenir une configuration voisine d'une lame d'air d'épaisseur $e \approx 0$;
- Éclairer l'interféromètre avec le laser (côté verre anticalorique);
- Au moyen des vis de réglage grossier 1 et 2, rapprocher le plus possible les deux images les plus lumineuses;
- Superposer exactement ces deux images avec les vis de réglage fin 3 et 4;
- Mettre en place l'élargisseur de faisceau sur le laser disposé à ≈ 20 cm environ de l'interféromètre.

On doit, à ce stade, voir les anneaux en projection sur un écran. Il faudra alors diminuer la différence de marche pour aller presque au contact optique. Pendant cette opération, on sera amené à **recentrer plusieurs fois les anneaux avec les vis de réglage fin.**

- Charioter pour « rentrer les anneaux » (diminuer l'épaisseur e) au plus près de la teinte plate ou contact optique ($e \approx 0$). Noter le sens de rotation de la vis micrométrique pour aller vers la teinte plate. Procéder lentement en agissant :
 - * sur le réglage fin pour recentrer les anneaux;
 - * éventuellement sur la vis de réglage $\mathcal{S}_p // \mathcal{C}$ pour les rendre circulaires;
- Noter la valeur de la vis micrométrique du vernier (**lecture à $10 \mu\text{m}$ près**) pour revenir ensuite à ce réglage.

S'approprier :

1. *Montrer rapidement que la différence de marche δ pour des rayons lumineux arrivant sur la lame d'air avec un angle d'incidence i dans le cas où l'épaisseur de la lame d'air est e s'écrit :*

$$\delta(M) = 2e \cdot \cos(i)$$

2. *Expliquer pourquoi les franges sont des anneaux et pourquoi l'on parle de franges d'égale inclinaison. Où sont localisées les franges ?*
3. *Expliquer le fait que lorsque l'on fixe son attention sur une frange d'interférences et que l'on rapproche le miroir mobile du contact optique, le rayon de cette frange diminue et que la frange disparaît au centre de la figure.*

7.2.3 Coin d'air (laser)

Réaliser - (Manip.2) : Réglage en coin d'air

- Au voisinage du contact optique précédent, passer en coin d'air en modifiant très légèrement le réglage fin;
- Projeter sur l'écran les franges du coin d'air à l'aide d'une lentille de distance focale $f' \approx 23$ cm environ.

S'approprier :

4. *Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas d'un coin d'air d'angle ε très faible.*
5. *Expliquer pourquoi les franges sont rectilignes et pourquoi l'on parle de franges d'égale épaisseur. Où sont localisées les franges ?*
6. *Que se passe-t-il si l'on fait varier l'angle ε du coin d'air ?*

Analyser :

7. Évaluer le grandissement transversal $|\gamma|$ de la lentille de projection (\mathcal{L}_2).
8. Mesurer l'interfrange i' sur l'écran. En déduire l'interfrange $i = \frac{\lambda}{2\varepsilon}$ au niveau des miroirs et l'angle ε entre les miroirs.

- Revenir enfin en lame d'air en augmentant l'interfrange i avec un champ d'interférence le plus grand possible. Diminuer alors la différence de marche comme dans la **manipulation 1** en recentrant les anneaux pour aller presque au contact optique.

7.2.4 Mesure de la différence de deux longueurs d'onde voisines (doublet du sodium)

On se place dans le cadre de la lame d'air. On considère que l'épaisseur de cette lame d'air est e et que les rayons lumineux arrivent sous une incidence faible de telle sorte que l'on puisse considérer que la différence de marche est $\delta = 2e$. Les interférences à deux ondes donnent l'expression suivante pour l'éclairement lumineux :

$$\mathcal{E}(\delta) = 2\mathcal{E}_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \right)$$

Dans la lampe à vapeur de sodium, ce sont les deux raies $\lambda_1 = 589,0$ nm et $\lambda_2 = 589,6$ nm qui dominent. Ces deux radiations n'étant pas synchrones, l'éclairement résultant est la superposition des éclairements correspondant à chaque longueur d'onde.

S'approprier :

9. Montrer que l'éclairement obtenu est :

$$\mathcal{E}(e) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi 2e \cdot \Delta\lambda}{\lambda_m^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi 2e}{\lambda_m}\right) \right)$$

10. Expliquer pourquoi la fonction $C(e) = \left| \cos\left(\frac{\pi 2e \cdot \Delta\lambda}{\lambda_m^2}\right) \right|$ représente le contraste des franges d'interférence.
11. La courbe d'éclairement de la **figure 19** donne une idée de l'évolution de l'éclairement en fonction de l'épaisseur e de la lame d'air. Sur cette courbe, indiquer les valeurs particulières de e qui annulent le contraste et l'écart qui existe entre deux valeurs successives de e pour lesquelles $C(e) = 0$.
12. Sur les photographies de la **figure 20**, on peut voir trois situations distinctes de contraste. Attribuer chacune des photographies à une zone de la courbe d'éclairement de la **figure 20**.

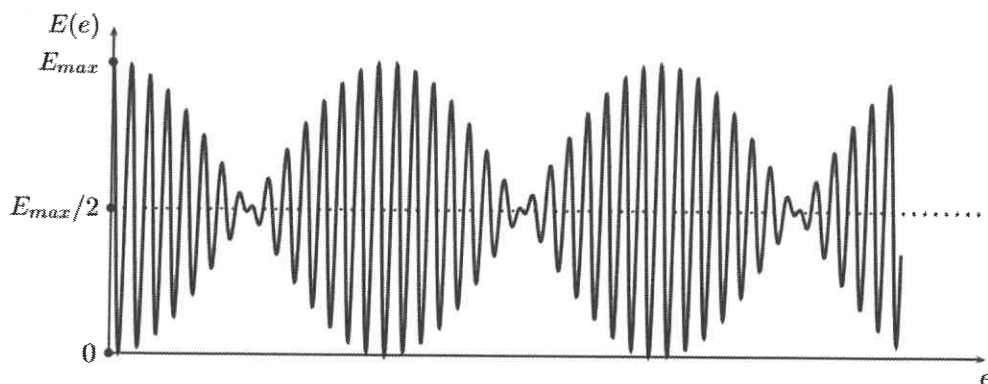


FIGURE 19 – Éclairement dans le cas du doublet du sodium

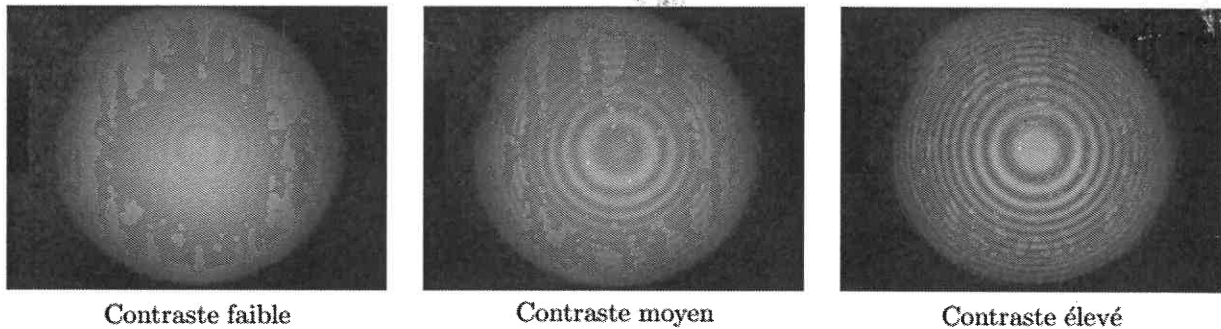


FIGURE 20 – Évolution du contraste en fonction de la position du miroir mobile

Réaliser - (Manip.3) : Doublet du sodium

- Remplacer le laser par une lampe spectrale au sodium suivie d'un condenseur (disposé à ≈ 20 cm de l'interféromètre) en éclairant au maximum le premier miroir;
 - Mesurer le déplacement du miroir (\mathcal{M}_1) entre deux brouillages consécutifs.
- Rappel :** la lecture de Δe se fait au $(1/100)^{\text{ème}}$ de millimètre ($10 \mu\text{m}$). On trouvera $\Delta e \approx 30 \cdot 10^{-5}$ m.

Valider :

13. Dédurre de la mesure précédente la valeur $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ et son incertitude-type associée. Comparer à la valeur tabulée par la littérature.

7.2.5 Lumière blanche

Réaliser - (Manip.5) : Blancs d'ordre 0 et d'ordre supérieur

- Se placer au plus près du contact optique avec une lampe à vapeur de sodium / mercure (anneaux de plus en plus grands). Noter le sens de déplacement du chariot;
- Remplacer alors la lampe spectrale par une source de lumière blanche : on observe du blanc d'ordre supérieur.
- Charioter *très doucement* dans le sens noté précédemment. On observe les teintes de Newton (e très faible).
- Chercher les deux bleus symétriques. Le blanc d'ordre 0 ($e = 0$ rigoureusement) est au milieu.
- Analyser avec un prisme à vision directe le blanc d'ordre supérieur (obtention d'un **spectre cannelé** ou d'ordre 0 (obtention d'un **spectre continu**)).