

# Ondes acoustiques

D'après [Chapitre 8 Ondes acoustiques]

[Les ondes acoustiques dans les fluides, PSI, March 24, 2026, Lycée Janson de Sailly, F. Desormère]

1) Equation d'onde acoustique

$$\begin{cases} \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla}(P) - \vec{\nabla}(\rho g h) + \eta \Delta \vec{v} & (\text{Equation de Navier Stokes}) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 & (\text{Equation de conservation de la masse}) \\ |\chi_s| = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s & \text{"Divergence" et non "Gradient"} \end{cases}$$

Négligeable devant les forces de pression

Négligeable (fluide adiabatique réversible!!!)

$$\frac{\|\vec{\nabla}(P_{air})\|}{\rho_0 g} = \frac{\rho_0 / \text{L caractéristique}}{\rho_0 g} = \frac{c^2}{g \text{ L caractéristique}}$$

Hypothèse de sur l'isothermie (= adiabatique réversible) (thermodynamique) → pose par une infinité d'états de grande - équilibre

$$P V^\gamma = \text{constante} \quad (P V(P)^\gamma = \text{constante}) \quad \text{N'échange pas de chaleur avec l'extérieur}$$

$$\Rightarrow \|\vec{\nabla}(P_{air})\| \gg \rho_0 g$$

$$\text{si } \frac{c^2}{g} \gg \text{L caractéristique}$$

$$\Rightarrow f_{onde} \gg \frac{g}{c}$$

$$\Rightarrow f_{onde} \gg 0,03 \text{ Hz par l'air}$$

$$\Rightarrow |\chi_s| = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s$$



POUR QU'IL Y AIT UNE ONDE ACOUSTIQUE, LE MILIEU DOIT ABSOLUMENT ÊTRE COMPRESSIONNEL

Plan leçon :

- Établissement de l'onde acoustique
- Établissement de la relation acoustique
- Phénomènes d'interférences
- Établissement du vecteur de Poynting acoustique
- Expériences balistiques (projectile d'air)

Approximation acoustique :

$$P = P_0 + \delta P = P_0 + P_{air}$$

$$\rho = \rho_0 + \delta \rho = \rho_0 + \rho_{air}$$

$$v = 0 + v = 0 + v_{air}$$



Car  $v_0 = \langle v_0 \rangle = 0$  direction équiprobable de la vitesse des particules du fluide

⇒ L'APPROXIMATION ACOUSTIQUE PERMET DE LINÉARISER LES ÉQUATIONS PRÉCÉDENTES EN VUE DE UNE RÉGÉNÉRATION SIMPLIFIÉE

Ne pas utiliser de min les termes en  $p$  et  $P$  disparaitront!!!

$$\begin{cases} (\rho_0 + \rho_{sur}) \frac{\partial v}{\partial t} + (\rho_0 + \rho_{sur}) (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho_0 + \rho_{sur}) \\ \frac{\partial (\rho_0 + \rho_{sur})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((\rho_0 + \rho_{sur}) \cdot \vec{v}) = 0 \\ \chi_s = (\rho_0 + \rho_{sur}) \frac{\partial (\rho_0 + \rho_{sur})}{\partial t} \end{cases}$$

Termes à l'ordre 2 négligeables

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\vec{\nabla}(\rho_{sur}) \quad (1) \\ \frac{\partial \rho_{sur}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{v}) = 0 \quad (2) \\ \chi_s = \rho_0 \frac{\partial \rho_{sur}}{\partial (\rho_0 + \rho_{sur})} \Rightarrow \chi_s = \rho_0 \frac{\partial \rho_{sur}}{\partial \rho} \end{cases}$$

Car  $\rho_0 \gg \rho_{sur}$

1 Atm

$10^{-4}$  Atm

$$\chi_s = \rho \frac{\partial(\rho)}{\partial \rho} = (\rho_0 + \rho_{sur}) \frac{(\rho_{sur} + \rho_0 - \rho_0)}{(\rho_{sur} - \rho_0 + \rho_0)} \Rightarrow \rho_0 \gg \rho_{sur}$$

$$\Rightarrow \chi_s \approx \rho_0 \frac{\rho_{sur}}{\rho_{sur}}$$

$$\Rightarrow \rho_{sur} \approx \chi_s \rho_0 \rho_{sur} \quad (3)$$

$$(3) \text{ dans } (2) \Rightarrow \frac{\partial (\chi_s \rho_0 \rho_{sur})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow \chi_s \rho_0 \frac{\partial \rho_{sur}}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (4) \quad \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = -\chi_s \frac{\partial \rho_{sur}}{\partial t}$$

1) Onde acoustique en pression:

$$\vec{\nabla}(\rho_0) = \vec{0}$$

$$\vec{\nabla} \text{ appliqué à (1)} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}) = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}(\rho_{sur})) \Rightarrow \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}) + \Delta \rho_{sur} = \vec{0}$$

Théorème de Schwarz:  $\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}) + \Delta \rho_{sur} = \vec{0} \quad (5)$   
 permutation de différentiation spatiale et temporelle qui font deux dérivées  $\Rightarrow -\rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 \rho_{sur}}{\partial t^2} + \Delta \rho_{sur} = \vec{0}$

2) Onde acoustique de interest:

$\frac{\partial}{\partial t}$  appliqué à (1):  $\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = - \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{\nabla} (p_{sur}) \right)$

$\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = - \vec{\nabla} \left( \frac{\partial}{\partial t} (p_{sur}) \right) \quad (6)$

(4) der (6)  $\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = - \vec{\nabla} \cdot \left( - \frac{1}{\chi_s} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right)$

$\Rightarrow \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = \Delta \vec{v}$  Rappel:  $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) = \Delta \vec{v} + \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{v}$



IL NE FAUT SURTOUT PAS CONFONDERE  $v$  ET  $c$

- VITESSE EFFECTIVE DE L'ONDE:  $\frac{\partial}{\partial t} \equiv$  VITESSE DE GROUPE  $\equiv v$  (VITESSE DE L'ENVELOPPE DE L'ONDE)
- VITESSE THEORIQUE DE L'ONDE DANS LE MILIEU  $\equiv$  VITESSE DE PHASE  $\equiv c$  (VITESSE DE LA PORTUSE DE L'ONDE) (approximation acoustique)

celérite de l'onde acoustique

$c^2 = \frac{1}{\rho_0 \chi_s} \Rightarrow c = \pm \frac{1}{\rho_0 \chi_s}$

Coefficient négatif ???

Pour un gaz parfait:  $P \propto T$  ET NON  $P \propto T^{\gamma}$  POUR LES GAZ PARFAITS!!!  
 $PV^{\gamma} = \text{constante}$  (LOI DE LAPLACE)

diviser par  $m$  qui reste constant (choix de l'unité)  
 $P \rho^{\gamma} = \text{constante}$   
 $\Rightarrow \ln(P \rho^{\gamma}) = \text{constante}$   
 $\Rightarrow \ln P + \gamma \ln \rho = \text{constante}$

Par différentiation  $\Rightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0 \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\gamma \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \rho \frac{dP}{d\rho} = -\frac{1}{\gamma}$   
 d'après la relation précédente

Par définition  $\chi_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{d\rho}{dP} \right)_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{d\rho}{dP} \right)_s = \left( \frac{1}{\gamma P} \right)_s$

$\Rightarrow c^2 = \frac{1}{\rho \chi_s} = \frac{\gamma P}{\rho} \rightarrow P_{norm} = P_0 + P_{sur} \approx \frac{\gamma P_0}{\rho_0}$

En appliquant la loi de gaz parfait pour déterminer  $P_0$ :  $P_0 \left( \frac{V_0}{m} \right) = \left( \frac{n}{m} \right) R T_0 \Rightarrow P_0 = \frac{P_0 M}{R T_0}$

$\Rightarrow c^2 = \frac{\gamma R T_0}{M}$

Validité du modèle acoustique :

- Modèle acoustique valable tant que les pertes d'énergie par frottement sont négligeables

$\Rightarrow$  modèle acoustique valable tant que :  $Re = \frac{\rho(v \cdot \vec{V}) \cdot \vec{v}}{\eta \Delta v} \approx \frac{\rho}{\eta} v L_{acoustique} \gg 2000$

- Une condition supplémentaire de validité du modèle peut être définie (condition d'approximation acoustique) non liée à la perte d'énergie par frottement :  
l'approximation acoustique suppose que  $\left\| \frac{f}{p_0} \right\| \ll 1$  ce qui permet de définir  $f = p_{sur} x_s$

$\Rightarrow p_{sur} x_s \ll 1$

$\Rightarrow p_{sur} x_s p_0 \ll p_0$

$\Rightarrow$  Pour que le modèle soit valable ; il faut que le terme de l'onde (terme de groupe)  $\ll$  terme de phase (terme de phase)

$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \eta \Delta v - \vec{V}(p) \Rightarrow \eta \Delta v = \vec{V}(p) \cdot p \Rightarrow \frac{p_{sur}}{c^2} \ll p_0$

- En ajoutant la 2 conditions : (Modèle à faible nombre de Reynolds)

$\Rightarrow \frac{p_{sur}}{p_0} \cdot \frac{1}{c^2} \ll 1$

$p_{sur} x_s = \frac{p_0}{p_0} \frac{p_{sur} x_s}{\eta v} = \frac{1}{c^2} = \left( \frac{\eta}{p_0} \frac{v_{x0}}{L_{car} v} \right) \frac{1}{c^2} = \frac{v^2}{c^2} \times \frac{1}{Re} \ll 1$

$\Rightarrow \frac{v}{c} \ll 1$

Modèle valable si  $Ma \ll 1$

Modèle toujours valable si  $Ma \ll 1$

Mach number

et si  $Ma \ll \sqrt{Re}$  (par des écoulements bisuaves)

Impédance acoustique : (PARTIE À METTRE AVANT LES CRITÈRES DE VALIDITÉ DU MODÈLE CAR DES RÉSULTATS DE CETTE PARTIE DOIVENT ÊTRE UTILISÉS PAR LA SUITE !!)

$Z = \frac{\text{"Cause"}}{\text{"Effets"}} = \frac{p}{v_{groupe} !!!}$  (et non  $v_{phase} = v_p !!!$ )

D'après la relation (4) obtenue :

$-x_s \frac{\partial p}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v}$

Par intégration des deux côtés de l'équation

En 1 Dimension :

$-x_s \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \Rightarrow -x_s p = v \Rightarrow p = p_0 c v$



$p = p_0 c v$

MAIS C'EST DIFFÉRENT DE :

$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$

(ou)

$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$

avec  $c^2 = \frac{1}{\rho x_s}$

Donc :

$Z_0 = \frac{p}{v} = p_0 c$

(PAS EN  $\Omega$  MAIS EN  $\frac{kg}{m^2.s}$  !!!)

,  $v$  : Vitesse =  $v_{groupe}$  ( $\neq c = v_{phase}$ )

!!! L'IMPÉDANCE ACOUSTIQUE EST INFINIE POUR LES ONDES STATIONNAIRES CAR  $v_{groupe} = 0$

# BILAN DE PUSSEMENT

Energie transportée (BILAN ENERGETIQUE LOCAL)

$$(\vec{\nabla} (Z_0 v^2)) = \vec{\nabla} (Z_0) v^2 + Z_0 \vec{\nabla} (v^2)$$

$$\vec{\nabla} (P_{sr} \cdot \vec{v}) = \vec{\nabla} (P_{sr}) \cdot \vec{v} + P_{sr} \vec{\nabla} \cdot \vec{v}$$

1 1  
I 1

$\vec{j}_a$  = densité volumique de courant acoustique

ANALYSE DES DIMENSIONS :

$$N \cdot (m) =$$

$$[P] = \frac{N}{m^2}$$

$$P \cdot v = \frac{N}{m \cdot s} \times$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$

D'après l'équation (1) par  $\vec{v}$  et multiplication de l'équation (4) par  $P_{sr}$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\vec{v} \times \left( \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = \vec{v} \times \left( \vec{\nabla} (P_{sr}) \right) \\ P_{sr} \times (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) = P_{sr} \times \left( -\alpha_s \frac{\partial P_{sr}}{\partial t} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} (P_{sr} \cdot \vec{v}) = -\alpha_s P_{sr} \frac{\partial P_{sr}}{\partial t} - \rho_0 \vec{v} \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} (P_{sr} \cdot \vec{v}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \alpha_s \frac{P_{sr}^2}{2} + \rho_0 \frac{v^2}{2} \right)$$

$\Pi_{Acoustique}$

l'équivalent du vecteur de Poynting acoustique (vecteur de densité surfacique de puissance sonore)

$$e_m = e_c + e_p$$

(densité volumique d'énergie sonore)

En fonction de la vitesse de phase et non de la vitesse de phase !!!

(v est v effectif = enveloppe = v phase  $\neq$  v porteur = v phase = v p. !!!)

$\Rightarrow$  LA VITESSE DE GROUPE EST LA VITESSE DE TRANSPORT DE L'ENERGIE !!!

$$\vec{j}_a = P_{sr} \cdot \vec{v}$$

flux de convection !!! (pas de diffusion  $(-\alpha \vec{\nabla} \cdot \vec{v})$  qui serait apporté par le terme de

$$\frac{dP}{dt} = \vec{j} \cdot d\vec{S} = \vec{j} \cdot \vec{S} \cdot dt$$

I (Intensité acoustique) définie par:

$$I = \langle \vec{j} \rangle_c = \frac{1}{2} \langle \text{Re}(P_{sr} \cdot \vec{v}) \rangle$$

temps d'intégration du déterm.

$$L(dB) = 10 \log \left( \frac{\langle \vec{j} \rangle_c}{\langle \vec{j}_0 \rangle_c} \right) = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

niveau sonore

$$(I_0 = \langle \vec{j}_0 \rangle_c = 10^{-12} \frac{W}{m^2})$$

(seuil d'audition 0dB par une oreille  $\geq 1 \text{ kHz}$ )

pas de pertes Joules acoustiques (pertes Joules si viscosité dynamique non nulle)

$$\begin{pmatrix} \equiv P_{sr} \cdot v \\ \equiv Z_0^2 v^2 \end{pmatrix}$$

# 1) Ondes planes progressives harmoniques

Solution de l'équation de D'Alembert de la forme : (relation sur les normes)

$$P_1 = \underbrace{A_1 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}}_{P_1^+} + \underbrace{B_1 e^{i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r})}}_{P_1^-}$$

Dans l'étude on se concentre sur  $P_1^+$  et on étudie l'étude par analogie à  $P_1^-$  et on se place sur 1 dimension

$$\Rightarrow \frac{\partial P_1^+}{\partial t} = i\omega P_1^+$$

$$\frac{\partial^2 P_1^+}{\partial t^2} = -\omega^2 P_1^+$$

$$\text{et } \frac{\partial P_1^+}{\partial x} = -ik P_1^+$$

$$\frac{\partial^2 P_1^+}{\partial x^2} = -k^2 P_1^+$$

En insérant ces solutions dans l'équation d'onde de D'Alembert :

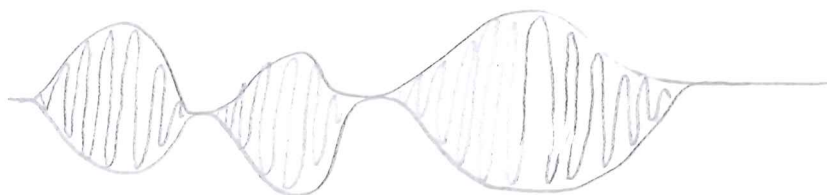
$$\frac{\partial^2 P_1^+}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 P_1^+}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow +\omega^2 P_1^+ = +c^2 k^2 P_1^+$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{k^2}{\omega^2} \quad (\text{relation de Dispersion})$$

↑  
vitesse de phase

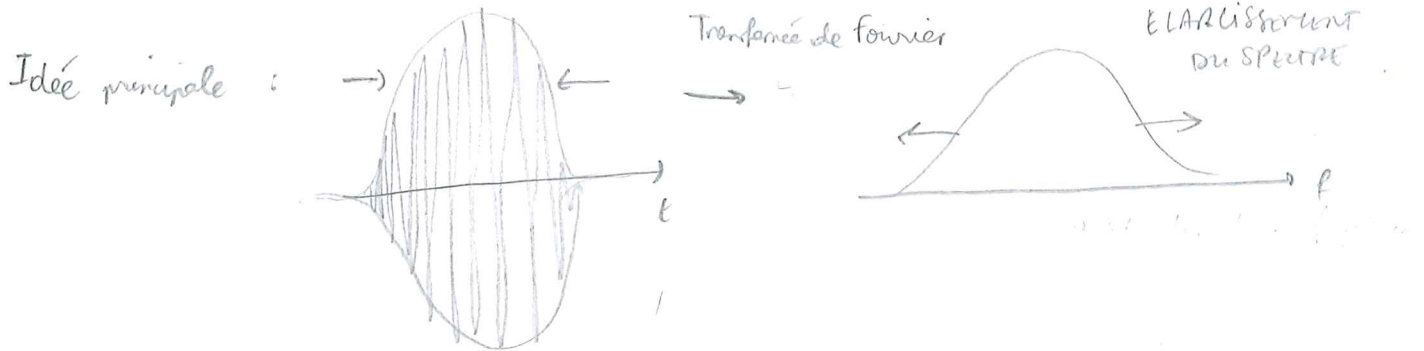
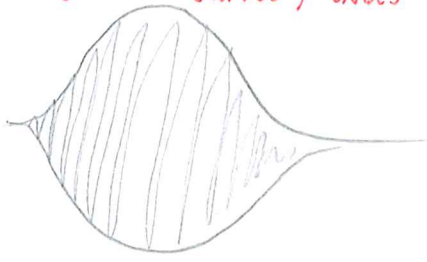
En général on ne reçoit non pas une onde isolée mais un paquet d'onde



Création d'un paquet d'onde avec des ondes planes progressives

⚠ ⚠ ⚠ CONTRE-INTUITIF!!!

(MODÉLISATION À L'AIDE DES BATTEMENTS EXPLIQUÉS DANS LA LEÇON SUR LES ONDES - PROGRESSIVES, ONDES - STATIONNAIRES)



Pour construire un paquet d'onde en temps :

- il faut donc regrouper des ondes de fréquence voisines

$$\Rightarrow \int A(k) e^{i\omega(k)t} e^{-ikx} dk \stackrel{\text{TF}^{-1}}{=} \int_{\text{Bande passante}} A(k) e^{i(\omega_0 + v_{\text{groupe}}(k-k_0))t} e^{-ikx} dk$$

$$\omega(k) = \omega_0 + \left( \frac{\partial \omega}{\partial k} \right) (k - k_0)$$

$v_{\text{groupe}} \dots$

$$= e^{i(\omega_0 - v_{\text{groupe}} k_0)t} \int A(k) e^{-i(kx - v_{\text{groupe}}(k-k_0)t)} dk$$

Pour construire un paquet d'onde dans l'espace :

- il faut donc regrouper des ondes de valeur d'onde voisines

$$\Rightarrow \int A(\omega) e^{i\omega t} e^{-ik(\omega)x} d\omega \stackrel{\text{TF}}{=} \int A(\omega) e^{i\omega t} e^{-i(k_0 + \frac{1}{v_{\text{groupe}}}(\omega - \omega_0))x} d\omega$$

$$k(\omega) = k_0 + \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right) (\omega - \omega_0) = k_0 - \frac{1}{v_{\text{groupe}}}(\omega - \omega_0)$$

$$= e^{-i(k_0 x - \frac{1}{v_{\text{groupe}}} \omega_0 x)} \int A(\omega) e^{i(\omega t - \frac{1}{v_{\text{groupe}}}(\omega - \omega_0)x)} d\omega$$

Bilan énergétique d'une OPPM:

$$u_0 \rho_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_{\text{sur}} \vec{v}) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho_0 \dot{v}^2 + \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \right)$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 c^2} \rho_{\text{sur}}^2 + \frac{1}{2} \rho_0 v^2$$

$$Z_0^2 v^2$$

$$\rho_0^2 c^2 v^2$$

$$\frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \rho_0 v^2$$

→ vitesse de groupe  $v_g$  (et non vitesse de phase  $v_p$ )!!!  
 ⇒ Équidistribution de l'énergie relative et cinétique POUR  
 UNE ONDE UNIQUÉMENT !!! PAS POUR UNE PARTICULE !!!  
 ⇒  $e_m = 2e_c = 2e_p$  car  $e_c = e_p$

!!! Le résultat précédent est valable quelque soit le type d'onde !!!

MAIS POUR UNE OPPM:

$$\begin{cases} v = v_A e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = v_A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \\ \rho_{\text{sur}} = \rho_A e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = \rho_A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow v^2 = v_A^2 \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = \frac{v_A^2}{2} (1 + \cos(2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})))$$

$$\Rightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{v_A^2}{2}$$

AINSI L'ÉNERGIE MOYENNE TRANSPORTÉE PAR UNE OPPM EST INFINIE !!!  
 (SAUF SI  $v_A \rightarrow 0$ )

⇒ CARACTÈRE NON PHYSIQUE DES OPPM !!!

De plus, en utilisant l'équation de Navier Stokes linéarisée grâce à l'approximation acoustique.

$$-\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla}(\rho_{\text{sur}})$$

$$\Rightarrow \rho_0 j \omega \vec{v} = j \vec{k} \rho_{\text{sur}}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{k} \rho_{\text{sur}}}{\rho_0 \omega} \cdot \vec{u}_p$$

⇒  $\vec{v}$  est dans la direction de  $\vec{k}$

RÉSULTAT GÉNÉRALISABLE:  
 LES ONDES ACOUSTIQUES SONT  
 LONGITUDINALES !!!

2) Ondes sphériques : plus proche d'une propagation réelle (!!! Présenter cette partie AVANT LES OPPM !!!)

Propagation dans le plan sphérique (suivant  $r$ ) uniquement :

L'équation de D'Alembert devient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2(rP)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2(rP)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rP)}{\partial t^2}$$

$r$  et  $t$  étant  
indépendants

(dimensions

différentes lors

relativité restreinte)

En posant  $f = rP$  et en prenant  $f = A e^{(i\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$  (onde plane progressive)

$$\Rightarrow P = \frac{A}{r} e^{(i\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$P = \text{Re} \left[ \frac{A}{r} e^{(i\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right] = \frac{A}{r} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

En utilisant l'équation de Navier Stokes linéarisée à l'aide de l'approximation acoustique

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla}(P_{\text{lin}})$$

$$\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial r} \cdot \vec{u}_r$$

$$\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \left( -\frac{P_1}{r^2} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) - \frac{P_1}{r} k \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right) \cdot \vec{u}_r + 0$$

$$\Rightarrow \rho_0 (\vec{v}(t) - \vec{v}_0) = \left( \frac{P_{\text{lin}}}{\omega r^2} \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right) + \left( \frac{k P_{\text{lin}}}{\omega r} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right) \cdot \vec{u}_r + \vec{C}(t)$$

Champ proche

L'ONDE SPHERIQUE EST

PRIM LONGBITUDINALE (direction de la perturbation = direction de la propagation)

onde qui se propage  
uniquement suivant le  
plan sphérique ( $\vec{u}_r$ )  
suivant la composante  $\vec{r}$   
supposée nulle

Champ lointain

On peut montrer que pour une onde sphérique :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{P}_{\text{sur}}}{\underline{v}} = \dots$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\rho_0 c} - \frac{j}{\rho_0 \omega r}} = \frac{\rho_0 c}{1 - \frac{j}{kr}}$$

Si  $kr \gg 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_{\text{caractéristique}}} r \gg 1 \Rightarrow \lambda_{\text{caractéristique}} \gg 2\pi r$

alors  $\underline{Z} \approx \underline{Z}_0$  (Impédance caractéristique du champ lointain)

$\Rightarrow P_{\text{moy}} \approx Z_0 \underline{v}$

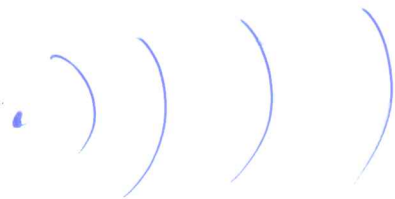
Pour des très grandes valeurs de  $r \gg 2\pi \lambda_{\text{caractéristique}} = \frac{c_{\text{caractéristique}}}{\omega}$ ,

$r$  est quasiment constant  $\Rightarrow \underline{\vec{v}} = \left( \frac{\hat{v}_A}{r} \right) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \vec{u}_k$

$\hat{v}_A$  (= constante si  $r$  est quasiment constant sur de longues distances)

$\vec{u}_k$  : onde longitudinale  
 DIRECTION DE LA PROPAGATION

$\Rightarrow$  l'onde sphérique se comporte pratiquement comme une onde plane préformée très loin de la source



## Phénomènes d'interférence : (dioptries optiques)

Créer une onde stationnaire n'est pas chose aisée car :

- il faut que les ondes qui interfèrent soient rigoureusement cohérentes

=> UTILISATION DE LA MÊME ONDE RÉFLECTÉE

- mais il y a également une condition sur la taille du tuyau :

IL FAUT RIGOREUSEMENT QUE LA LONGUEUR DU TUYAU SOIT ÉGALE À  $n \frac{\lambda}{2}$   
SINON LA SOMME DE L'ONDE ÉMISE ET RÉFLECTÉE SE PROPAGERA (CONTINUANT  
CONTRE DES OBSTACLES) DANS LE TUYAU

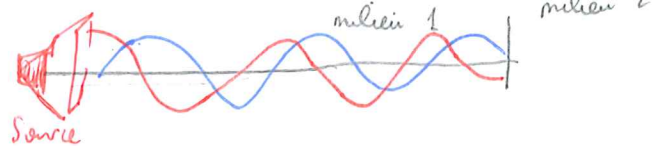
POUR CELA DEUX CAS DE FIGURE

- 1. EST PLACÉ SUR UN NOEUD DE LA CORDONNE  $\equiv$  À UN VENTRE DE LA SOURCE

Exemple : Premier  
Ventre



- 2. EST PLACÉ SUR UN VENTRE DE LA CORDONNE  $\equiv$  À UN NOEUD DE LA SOURCE



Le coefficient de réflexion  $< 1$  permet de modéliser l'atténuation de l'onde stationnaire au cours du temps ( $\equiv$  onde stationnaire évanescente), il n'influe pas directement sur la stationnarité de l'onde

~~$$t = \frac{P_t}{P_i} = \frac{P_2}{P_{1i}}$$~~

~~$$r = \frac{P_r}{P_i} = \frac{P_{1r}}{P_{1i}}$$~~

Milieu sans absorption (sans perte)

$$P_i = P_t + P_r$$

$$P_1 = Z_1 v_1 \Rightarrow P_i + P_r = Z_1 v_1$$

$$P_r = Z_2 v_r \Rightarrow P_t = Z_2 v_2$$

AUX INTERFACES, IL Y A CONTINUITÉ DE LA VITESSE ET CONTINUITÉ DE LA PRESSION. (CELES-CI PEUVENT ÊTRE NULLES (NOUVEAU DE PRESSION AU NOUVEAU DE VITESSE MAIS ELLES SONT CONTINUES !!!))

$$P_i = P_r + P_t \Rightarrow P_i - P_r = P_t \Rightarrow \frac{P_i}{Z_1} - \frac{P_r}{Z_1} = \frac{P_t}{Z_1} \quad (\text{en divisant chaque terme de } P \text{ par } Z_1)$$

$$v_i = v_r + v_t \Rightarrow -\frac{P_r}{Z_1} + \frac{P_t}{Z_2}$$

$$\frac{P_i}{Z_1}$$

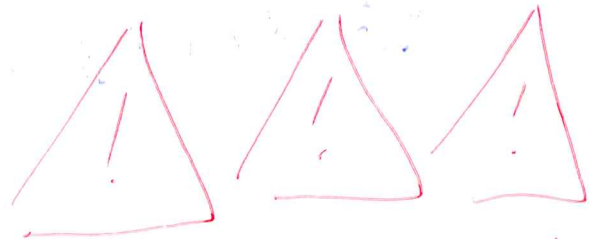
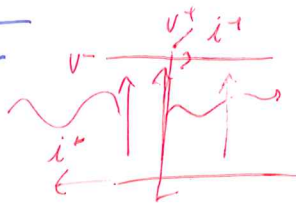
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{P_i}{Z_1} = \frac{P_r}{Z_1} + \frac{P_t}{Z_2} \\ \frac{P_i}{Z_1} - \frac{P_r}{Z_1} = \frac{P_t}{Z_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2P_i}{Z_1} = P_t \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{P_i}{P_t} = \frac{Z_1 (Z_2 + Z_1)}{2 Z_1 Z_2} = \frac{Z_2 + Z_1}{2 Z_2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{P_i}{P_t} = \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Idea à une propagation d'onde électromagnétique  $v^+$  n'a pas charge de spin par rapport à  $v^-$  c'est à dire a charge de spin 1/2.



$$P_i(x,t) = P_i e^{j(\omega t - kx)}$$

$$P_r(x,t) = P_r e^{j(\omega t - kx)} = \frac{P_i}{Z_1} e^{j(\omega t - kx)}$$

$$P_t(x,t) = P_t e^{j(\omega t + kx)}$$

$$v_r(x,t) = -\frac{P_r}{Z_1} e^{j(\omega t + kx)} = -v_r e^{j(\omega t + kx)}$$