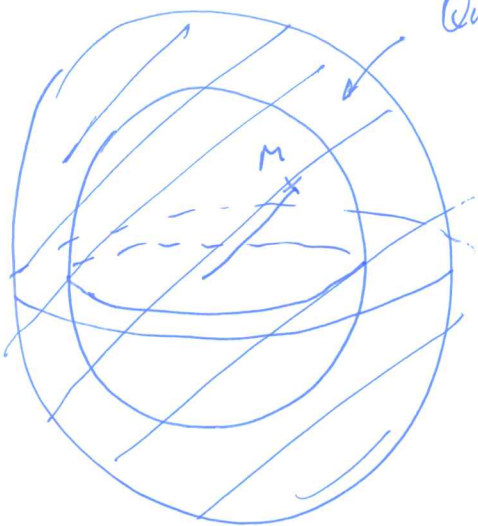


2) Si r de la surface de Gauss $<$ R tout le charge (= on s'intéresse au champ interne dans la charge qui pénètre $\vec{E}$!!!)

$Q_{int} = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$ $\triangle \triangle$ ON N'INTÈGRE PAS SUR TOUTE LA SPHERE, ON S'ARRÊTE À LA SURFACE DE GAUSS

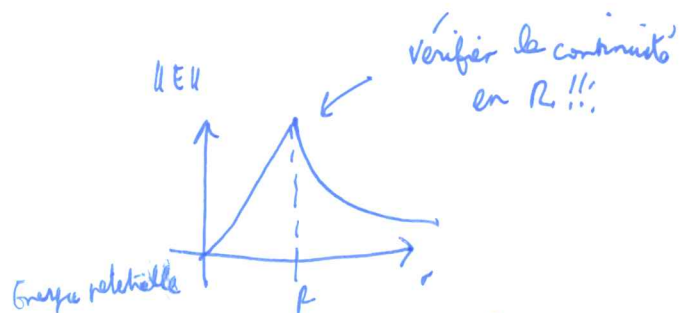
$$\Rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{R^3} \rho$$

$$\Rightarrow E = \frac{r \rho}{3 \epsilon_0}$$



Qint CONS'INTERIEUR À L'EFFET DU CHAMP À L'INTÉRIEUR DE LA SURFACE DE GAUSS PARCE QUE L'EFFET DU CHAMP GRAVITATIONNEL À L'INTÉRIEUR DE LA TERRE

$$\begin{aligned} \text{Si } r \leq R \quad \vec{E}(r) &= \frac{\rho r}{3 \epsilon_0} \vec{u}_r \\ r > R \quad \vec{E}(r) &= \frac{\rho_0}{3} \frac{R^3}{r^2 \epsilon_0} \vec{u}_r \\ &= \frac{Q_{tot}}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \end{aligned}$$



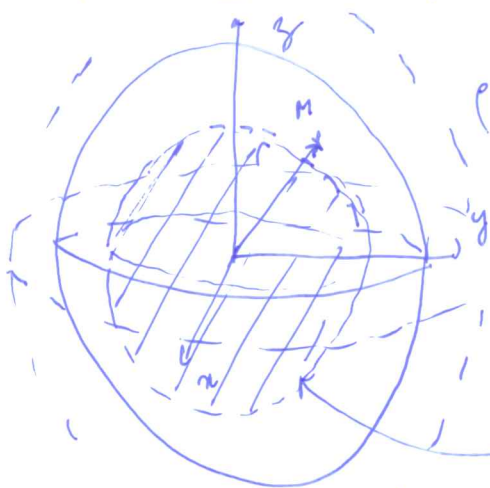
Ensemble relatif

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}(V) = -\frac{dV}{dr} \vec{e}_r$$

$$\Rightarrow V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = \begin{cases} \frac{\rho_0 r^2}{6 \epsilon_0} + k_1 & \text{si } r < R \\ \frac{Q_{tot}}{4\pi \epsilon_0 r} + k_2 & \text{si } r > R \end{cases}$$

lim $V \rightarrow 0$ (verifier) $r \rightarrow +\infty$

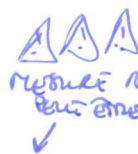
D'après [Youtube (E Learning - Physique) / MP/PC/PSI/PT / Théorème de Gauss en gravitation - problème à symétrie sphérique]



$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(r) \cdot \vec{e}_r$$

symétrie sphérique



ANALOGIE : mécanique - électrique
masse $\leftrightarrow$ charge
force $\leftrightarrow$ champ

$$m \leftrightarrow q$$

$$-G \leftrightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\vec{F}_G = - \frac{G m m'}{r^2} \vec{u}_r = \vec{F}_G(\vec{r})$$

masse par laquelle s'exerce le champ

$$\vec{G}(\vec{r}) \equiv \vec{E}(\vec{r})$$

les charges sont toutes dans le volume de Gauss (ou)

le charge est en parties à l'extérieur de la surface de Gauss, on s'intéresse donc au champ interne

Théorème de Gauss appliqué à la gravitation :

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \iiint_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV$$

Green
Orthogonality

Volume considéré délimité par Σ

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}_{ex} =$$

→ Quit si toutes les charges sont à l'intérieur de la sphère de rayon r

Sphère fermée délimitée par r

(Surface de Gauss)

→ < Quit

1) Si la surface de Gauss (= la surface considérée) englobe toutes les charges (on s'intéresse au champ vu de l'extérieur)

$$\oiint \vec{E}(r) \cdot d\vec{S}_{ex} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi R^3$$



CAR APRÈS IL N'Y A PLUS DE CHARGES

$$E(r) \oiint d\vec{S}_{ex} \text{ dépend de } r!!!$$

$$4\pi r^2$$

$$\Rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$



Σ (définissant la surface de Gauss)

ON S'INTERESSE À L'EFFET DU CHAMP SUR DES CHARGES EXTERNES

Par symétrie : en R :

$$V(R) = \frac{\rho_0 R^2}{6\epsilon_0} + h_2 = \frac{1}{3} \frac{\rho_0}{\epsilon_0} R^2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) R^2 = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{1}{2} R^2$$

$$\Rightarrow V(R) = \frac{\rho_0 R^2}{6\epsilon_0} + \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0} \text{ si } R < R$$

ou

$$\frac{Q_{\text{TOT}}}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ si } R \geq r$$

$$\vec{F}_G = -G \frac{m m'}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{G} = \frac{G m_1}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{G} = \text{comme } G \times 4\pi$$

$$G = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\vec{F}_e = -q' \vec{E} = \frac{q q'}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_{\text{charge}}}{\epsilon_0}$$

D'après les résultats précédents :

$$G = \frac{q 4\pi \rho_{\text{charge}}}{3} \frac{R^3}{r^2} = G \frac{m_{\text{TOTALE}}}{r^2} \text{ si } r \geq R$$

(ou)

$$G = \frac{r}{3} G \text{ pour si } r < R$$

$$\times \frac{R^3}{R^3} \times \frac{4\pi}{4\pi}$$

masse

$$\geq \int \int \int \frac{1}{3} \pi R^3 \rho_{\text{charge}} \frac{r}{R^3 4\pi}$$

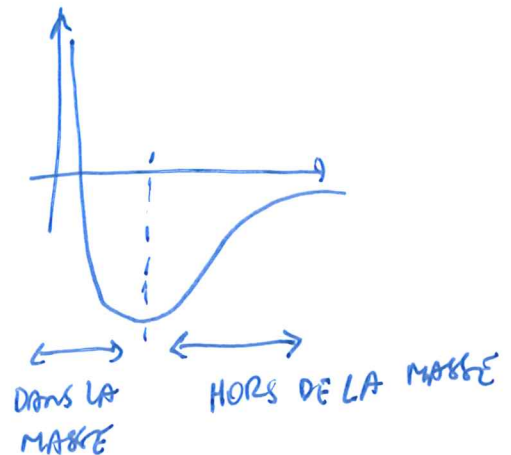
$$= G m_{\text{interne}} \frac{r}{R^3 4\pi}$$

$$= m_{\text{interne}} > \frac{r^3}{R^3} m_{\text{totale}}$$

TOUTE LA MASSE EST
ATTRAYÉE EN
UN POINT



En prenant l'opposé, on
obtient l'énergie potentielle
associée au champ gravitationnel



Plan leçon 1. Gravitation

Plan : Champ gravitationnel obtenu par adéq. avec le champ électrique

- détermination de g (produit scalaire)
- Potentiel grav. (potentiel de Casimir 1/2 fois)
- Système : Terre de masse M

Références : [facebook.com / Perso physique / Demander la force gravitationnelle]
Idée : retrouver le raisonnement de Newton (les lois de Kepler étaient déjà disponibles)

1) Force centripète d'un solide en rotation

$$\vec{OH} = \vec{r} = r \cdot \vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OH}}{dt} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{OH}}{dt^2} = \ddot{r} \vec{e}_r + 2\dot{r} \dot{\theta} \vec{e}_\theta + r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta - r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r$$

Accélération relative

Accélération de Coriolis

Accélération tangentielle

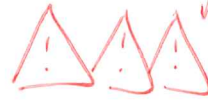
(Accélération d'Euler)

Accélération centripète

car projeté sur $\vec{e}_r$ en direction du centre de rotation O

⇒ l'accélération centripète : $-r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r$

D'après la Seconde loi de Newton : $\vec{F}_{centripète} = -m r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r = -m \frac{v_{radiale}^2}{r} \vec{e}_r$



L'ACCELERATION CENTRIPETE N'EST PAS UNE FORCE

FICTIVE, IL S'AGIT DE LA

FORCE OBLIGATOIRE DE TOUTE ROTATION

QUI LIE L'OBJET AU CENTRE DE LA

ROTATION (ex: Tension d'un fil, FORCE GRAVITATIONNELLE)

2) Relation avec la période de révolution :

Si l'on suppose qu'il s'agit d'un cercle

$$\langle v \rangle = \frac{d_{cercle}}{T} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\langle v_{radiale} \rangle = \frac{2\pi r}{T}$$

3) D'après la 2nd loi de Kepler :

$$\Delta A = \iint r dr d\theta$$

$$= \frac{1}{2} \int r^2 d\theta = \frac{1}{2} \left(r^2 \theta \right) = \text{Moment cinétique } L \text{ du solide}$$

$$= \frac{1}{2} L \Delta t$$

⇒ Pour que la 2nd loi de Kepler soit valable, il faut que le moment cinétique du système autour de l'axe O soit constant donc que la vitesse de rotation $\dot{\theta}$ soit constante s'il s'agit d'un cercle

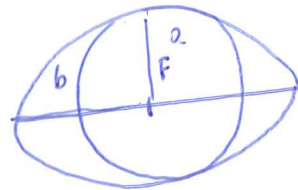
Ainsi $v_{radiale} = r \dot{\theta}$ sera aussi constante

$$\Rightarrow \langle v_{radiale} \rangle = v_{radiale}$$

$$\Rightarrow v_{radiale} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{F}_{centrifète} &= -\frac{m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2}{r} \cdot \vec{e}_r \\ &= -\frac{m 4\pi^2 r}{T^2} \end{aligned}$$

3) Application de la 3^{ème} loi de Kepler:



$$\frac{a^3}{T^2} = \text{constante}$$

Dans un cercle : le demi-grand axe $b =$ le demi-petit axe $a =$ rayon du cercle
(UN CERCLE EST UNE ELLIPSE AVEC UNE EXCENTRICITÉ $e (= \text{UN APPLATISSEMENT})$ NUL)

$$\Rightarrow \vec{F}_{centrifète} = -\frac{m 4\pi^2 \cancel{r} \cdot \text{constante}}{\cancel{r}^2} \vec{e}_r$$

4) Dépendance en M_{Soleil} grâce au principe d'Action-Réaction (3^{ème} loi de Newton)

Comme la force gravitationnelle est une action attractive et à distance, par
que le système exerce la même force sur le Soleil que le Soleil sur le système,
il faut que la même caractéristique du système et du soleil apparaisse dans l'équation
 $\Rightarrow$ Cette caractéristique est la même

$$\Rightarrow \vec{F}_{centrifète} = -\frac{m 4\pi^2 \times M_{\text{Soleil}} \times \text{constante 2}}{r^2} \vec{e}_r = -G \frac{m M_{\text{Soleil}}}{r^2} \vec{e}_r$$

G peut être déterminé à l'aide de la Balance de Cavendish :

→ Vidéo très courte du modèle vivant avec pontique laser

→ Explication de pourquoi je ne l'ai pas présenté : Périodes très longues à stabiliser, variation d'angle de $1/10$ degré, ...

Mais : Sur Terre g (l'accélération gravitationnelle) peut être mesurée :

$$\vec{P} = m_{\text{objet}} \cdot \vec{g}$$

$$G \times \frac{M_{\text{Terre}} \times m_{\text{objet}}}{R_{\text{Terre}}^2} = m_{\text{objet}} \cdot g$$

$$\Rightarrow g = G \times \frac{M_{\text{Terre}}}{R_{\text{Terre}}^2}$$

$$\Rightarrow G = g \times \frac{R_{\text{Terre}}^2}{M_{\text{Terre}}}$$

→ Détermination possible en supposant que la Terre est une sphère et que l'on mesure la distance d'un tour du monde

→ Comment l'estimer expérimentalement

Mesure de g :

→ Dynamométrie + Balance

→ Pendule simple

Expérience du pendule simple : [physique.ense.ennes.fr / tp pendule]

Choix préférentiel pour permettre aux élèves de retrouver le comportement temporel.

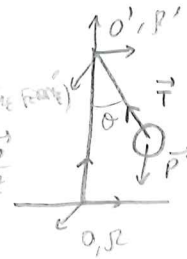
→ En base cartésienne (à développer) (utiliser le référentiel R') :

2nd loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d(\vec{p})}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$

$\Rightarrow \vec{T} + \vec{P} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

Projection dans le référentiel R' déduit par la base cartésienne.

$$\begin{cases} -T \sin(\theta) \vec{e}_x = R\ddot{\theta} \cos(\theta) - R\dot{\theta}^2 \sin(\theta) \\ T \cos(\theta) \vec{e}_y - mg \vec{e}_y = R\ddot{\theta} \sin(\theta) + R\dot{\theta}^2 \cos(\theta) \end{cases}$$



Système = { masse m suspendue à un fil de longueur l, non élastique }

$\Rightarrow \dots \Rightarrow \ddot{\theta} - \frac{g}{l} \sin \theta = 0$

Approximation petits angles $\Rightarrow \ddot{\theta} - \frac{g}{l} \theta \approx 0$

$\Rightarrow \theta = \frac{A \cos(\sqrt{\frac{g}{l}}(t - t_0))}{1}$

À développer

→ En base polaire (ne pas développer l'équation avec T (sur $\vec{e}_r$), uniquement l'autre équation (sur $\vec{e}_\theta$)

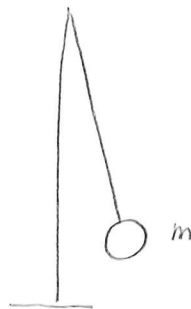
→ Avec le moment cinétique

→ Avec les énergies (⚠ Deux ASTUCES : 1) DL du $\omega(\theta) = 1 - \frac{\theta^2}{2}$

2) $E_c + E_p = E_m = \text{constant}$

$\Rightarrow \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = 0$

permet de retrouver l'équation différentielle d'origine



Approximation petits angles : $\theta < 10^\circ$

(sinon formule de Borda : correction de la période : $T = T_0 (1 + \dots)$

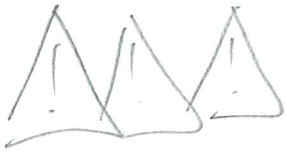
Refaire au moins 20 fois la mesure → Incertitude de type A + calcul du z score en Python

Si mesure faite 5 fois → Incertitude de type B + calcul du z score en Python



CORRECTION DU MOUVEMENT DU SYSTÈME DANS LE RÉFÉRENTIEL TERRESTRE PAR RAPPORT AU MOUVEMENT DU SYSTÈME DANS LE RÉFÉRENTIEL GÉOMÉTRIQUE
→ Pendule de Foucault (il faut au moins ajouter la force de Coriolis)

- Expérience n° 1 pour la gravitation :



PAS POSSIBLE D'UTILISER
LE PENDULE À RESSORT
CAR ω_0 NE DÉPEND
PAS DE g !!!



POSITIONNÉ LE
REFERENTIEL À
LA POSITION
D'ÉQUILIBRE
DU SYSTÈME

- Expérience 2: la balance de Cavendish

Développements similaires au pendule de torsion, développés très élégamment grâce aux moments :

[Youtube (Jean-Julien Fleck, PCSI, Physique, Kleber) / DiaN, Pendule de Torsion]

ajouter le moment gravitationnel $\vec{\Gamma} = \vec{M}_2 \vec{M}_1 \wedge \vec{F}_g = \vec{M}_2 \vec{M}_1 \wedge \frac{2mM}{d^2} \cdot \vec{e}_0$

Remarque : lien avec l'électromagnétisme (gravitomagnétisme)

- $\vec{B}_g$ équivalent M Définition à partir de la force de Lorentz gravitomagnétique équivalente

$$\vec{F}_g = m \left(\vec{E}_g + \vec{v} \wedge \frac{1}{c} \vec{B}_g \right)$$

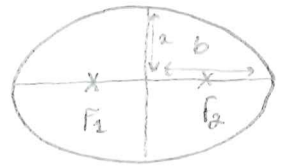
($\vec{v}$ est la vitesse $\vec{v}$ et $\vec{B}_g$ une force gravitomagnétique additionnelle)
longueur potentielle d'une particule en mouvement

- Permet de modéliser de manière plus simple la route gravitomagnétique qu'elle est $\vec{B}_g$ par les champs de déviations pour la particule pour les champs $\vec{E}_g$ et $\vec{B}_g$
(interférence de Michelson)

De plus, l'équation polaire d'une ellipse est : (démontrable mathématiquement)

petit rayon

$$r(\theta) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\theta-\theta_0)}$$



Axe arbitraire de l'ellipse
excentricité (paramètre d'aplanissement) est 0 (pour un cercle) et 1 pour une parabole (déterminé de l'orbite)

L'aire d'une ellipse est : (démontrable mathématiquement).

- l'aire totale : $A_{\text{totale}} = \int_0^{2\pi} r(\theta) d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\theta-\theta_0)} d\theta = \pi \times a \times b$

- l'aire d'une portion de courbe : $A_{\text{portion}} = \int_{\theta_1(t)}^{\theta_2(t)} r(\theta) d\theta = \int_{\theta_1(t)}^{\theta_2(t)} \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\theta-\theta_0)} d\theta$



θ peut être lié au temps grâce à la vitesse angulaire

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

par intégration $\Rightarrow dt = \frac{d\theta}{\omega}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = t_2 - t_1 = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\omega}$$

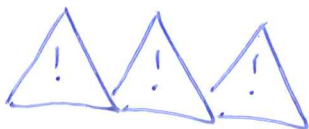
$$\Rightarrow \Delta\theta = \omega \Delta t = \theta_2 - \theta_1 = \omega(t_2 - t_1)$$

vitesse angulaire et non pulsation

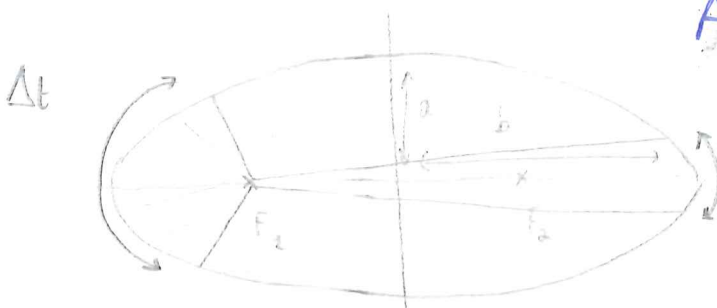
$$= \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\theta-\theta_0)} d\theta$$

$$= a(1-e^2) \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} \frac{1}{1+e\cos(\theta-\theta_0)} d\theta$$

$$= a(1-e^2) \left[\frac{\ln \left(\frac{1+e\cos(\theta-\theta_0)}{1+e\cos(\omega t_1-\theta_0)} \right)}{\cos(\theta-\theta_0)} \right]_{\omega t_1}^{\omega t_2}$$



L'ÉLÉMENT D'INTÉGRATION EN COORDONNÉES CYLINDRIQUES EST $r dr d\theta$!!!



$$A_{\text{portion}} = \Delta A = \iint r dr d\theta$$

$$= \left(\frac{1}{2} \int r^2 d\theta \right)$$

moment cinétique

$$= \frac{1}{2} \int L dt$$

$$= \frac{1}{2} L \Delta t$$

Démonstration de la Seconde loi de Kepler : [Démonstration des lois de Kepler et intégral, Serge Robert, ...] à l'aide du calcul différentiel

Démonstration de la 3^{ème} loi de Kepler : [Démonstration des lois de Kepler à l'aide du calcul différentiel et intégral, Serge Robert]

A partir de la deuxième loi de Kepler :

$$A_{\text{total}} = \frac{1}{2} L T_{\text{total}}$$

et mathématiquement :

$$A_{\text{ellipse}} = \pi \times a \times b$$

et

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

(Note: The original image has a large 'X' over this equation and the text 'distance focale' with an arrow pointing to 'c'.)

$$\Rightarrow \pi \times a \times \sqrt{a^2 - c^2} = \frac{1}{2} L T_{\text{total}}$$

$$\Rightarrow \pi^2 a^2 (a^2 - c^2) =$$

Ne permet pas de conclure, à la place, il faut utiliser le péricentre p de l'ellipse
point de l'ellipse où la distance est minimale par rapport à l'un des foyers de l'ellipse

$$p = \frac{b^2}{a} \Rightarrow b^2 = pa \Rightarrow b = \sqrt{pa}$$

$$\Rightarrow \pi a \sqrt{pa} = \frac{1}{2} L T_{\text{total}}$$

$$\Rightarrow \pi^2 a^3 p = \frac{1}{4} L^2 T_{\text{total}}^2$$

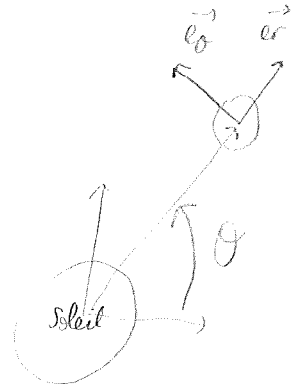
$$\Rightarrow \frac{a^3}{T_{\text{total}}^2} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{L^2}{p}$$

Démonstration simplifiée de la première loi de Kepler:

Position: $\vec{r} = r \vec{e}_r$

Vitesse: $\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$

Accélération: $\vec{a} = \ddot{r} \vec{e}_r + 2\dot{r}\dot{\theta} \vec{e}_\theta - r\dot{\theta}^2 \vec{e}_r + r\ddot{\theta} \vec{e}_\theta$



En appliquant la Seconde loi de Newton:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

En supposant que la seule force extérieure est la pesanteur:

$$-\frac{G m_A m_B}{r^2} \vec{e}_r = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \vec{e}_\theta$$

La projection sur $\vec{e}_\theta$ n'est pas soumise à une force

$$\Rightarrow 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow 2r\dot{r}\dot{\theta} + r^2\ddot{\theta} = 0 \quad \times r$$

$$\Rightarrow d(r^2\dot{\theta}) = 0$$

$$\Rightarrow r^2\dot{\theta} = \text{constante} = H \quad \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{H}{r^2}$$

RESULTAT FONDAMENTAL: S'IL N'Y A PAS DE FORCES TANGENTIELLES, L'ACCELERATION TANGENTIELLE EST NULLE ET CELA IMPLIQUE QUE LE MOMENT CINETIQUE EST CONSTANT (TRÈS IMPORTANT POUR MONTRER LA LOI DES AIRE)

D'autre part,

$$-\frac{G m_A m_B}{r^2} = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2$$

$$\Rightarrow -\frac{G m_A m_B}{r^2} = \ddot{r} - \frac{H^2}{r^3}$$

En posant $u = \frac{1}{r}$ $\dot{u} = -\frac{1}{r^2} \dot{r}$ $\ddot{u} = \frac{2}{r^3} \dot{r}^2 - \frac{1}{r^2} \ddot{r}$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{u} \quad \dot{r} = -\frac{\dot{u}}{u^2} \quad \ddot{r} = \frac{2\dot{u}^2}{u^3} - \frac{1}{u^2} \ddot{u}$$

$$\Rightarrow -G m_A m_B u^2 = \frac{2\dot{u}^2}{u^3} - \frac{1}{u^2} \ddot{u} - H u^3$$

Cependant, on cherche à savoir que ça dépend du temps mais pas dépend de θ

$$u' = \frac{du}{d\theta} \quad u'' = \frac{d^2 u}{d\theta^2}$$

$$\ddot{u} = \frac{du}{dt} = \frac{du}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{du}{d\theta} \cdot \dot{\theta} = u' \cdot H u^2$$

Dérivée seconde
de la fonction u

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= u' (2 H u u') + \frac{du'}{d\theta} H u^2 \\ &= 2 H^2 u^3 u'^2 + H u^2 \cdot \frac{du'}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \\ &= 2 H^2 u^3 u'^2 + H u^2 \cdot u' \cdot H u^2 \end{aligned}$$

$$\left[\ddot{u} = 2 H^2 u^3 u'^2 + H^2 u^3 u'' \right]$$

En supposant θ' constant $\frac{2}{u^3} \cdot u^3 = \frac{1}{u^2} \cdot u'' = H^2 u^3 \Rightarrow 6 m_2 m_2 u^2$ et c. implique $\ddot{u}$ et $\ddot{u}$

$$\Rightarrow \frac{2}{u^3} H^2 u^4 u'^2 = \frac{1}{u^2} \left(2 H^2 u^3 u' u' + H^2 u^3 u'' \right) = H^2 u^3 = 6 m_2 m_2 u^2$$

$$\Rightarrow \cancel{2 u u'^2} = \cancel{2 u u'^2} + u^2 u'' + u^2 = \frac{6 m_2 m_2 u^2}{u^2}$$

$$\Rightarrow u'' + u = \frac{6 m_2 m_2}{u^2} \quad \left(+ \beta_0 u^2 \right)$$

cette équation
est la même que la
la première

équation in linéaire dans une fonction de u

1) Résolution de l'équation homogène : $u'' + u = 0 \Rightarrow u_h(t) = E \cos(\theta + \theta_0)$

2) 2e partie de la solution particulière

$$u_p = A \cos(\theta - \theta_0) + B$$

$$u_p' = -A \sin(\theta - \theta_0)$$

$$u_p'' = -A \cos(\theta - \theta_0)$$

$$\Rightarrow B = -\frac{6 m_2 m_2}{H}$$

→ la solution de l'équation générale est donc :

$$u(\theta) = A \cos(\theta - \theta_0) + \frac{G m_1 m_2}{H^2}$$

Cymose $r = \frac{1}{u}$:

$$r(\theta) = \frac{1}{u(\theta)} = \frac{1}{A \cos(\theta - \theta_0) + \frac{G m_1 m_2}{H^2}}$$

$$\Rightarrow r(\theta) = \frac{\frac{H^2}{G m_1 m_2}}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)}$$

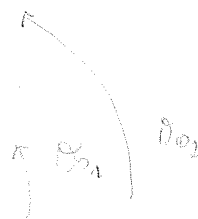
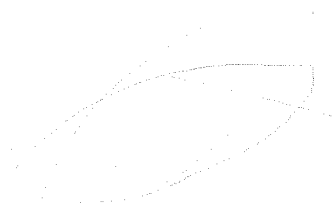
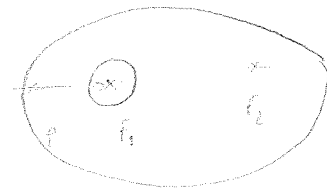
Il s'agit de l'équation polaire d'une ellipse :

$r(\theta)$:

$$1 + e \cos(\theta - \theta_0)$$

↑
excentricité
(coefficient d'aplatissement
de l'ellipse)

Angle des axes de l'ellipse
par rapport au plan des



$$r(\theta)$$

↑
pour une ellipse
 $e < 1$
 $\Rightarrow r_1 < r_2$

$$r(\theta)$$

↑
pour une ellipse
la solution
de l'équation
 $e = 1$

↑
pour une ellipse
la solution
de l'équation
 $e = 1$

↑
pour une ellipse
la solution
de l'équation
de la parabole

Les lois de Kepler peuvent être aussi obtenues à l'aide d'un système à 2 corps
(ce qui est un système différent d'une collision car les 2 corps sont liés par une force)
Le développement est disponible sur [femto-physique.fr / mécanique / problème à 2 corps]

+ VIDEO E-LEARNING - PHYSIQUE

THÉORÈME DE GAUSS EN GRAVITATION

+ VIDEO E-LEARNING

POUR AVOIR LE CHAMP GRAVITATIONNEL À L'INFINI
DE LA TERRE

+ VIDEO E-LEARNING - PHYSIQUE

LOIS DE KEPLER