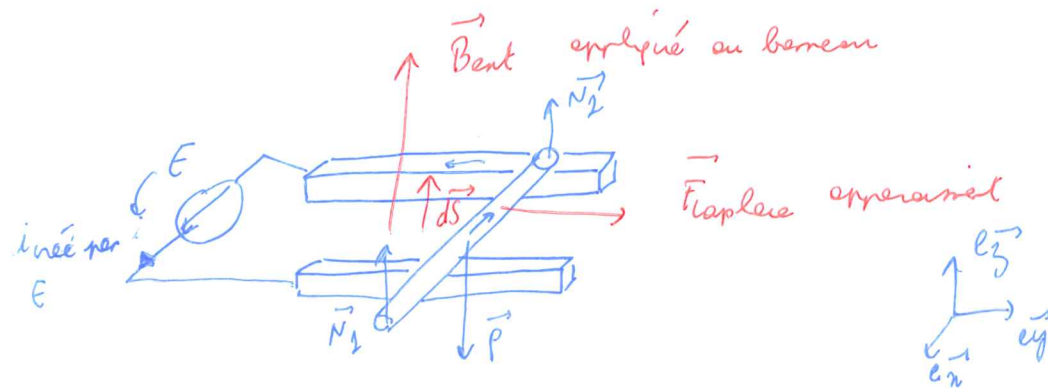


D'après [YouTube (Jean-Julien Fleck, PCST, Physique, Kleber, Dufin, rails de Laplace)]

1) Rails de Laplace:



Equation mécanique:

Système = { barreau de masse m }

étude dans le référentiel Terre (supposé Galiléen) en base cartésienne

Inventaire des forces : $\vec{P}$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{Laplace}$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
Reactions de support
des rails

Relation fondamentale de la Dynamique projetée sur l'axe $\vec{e}_1$:

$$m \frac{dv_x}{dt} = \vec{F}_{Laplace} \cdot \vec{e}_1$$

$$= i \underbrace{A_1 A_2}_{L_{\text{barreau}}} \wedge \vec{B}$$

$$= i L B \vec{e}_1$$

$$m \frac{dv_x}{dt} = i L B$$

$\hookrightarrow$ dépend de t !!!

De plus, le flux magnétique est donné par la formule:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B l_{\text{barreau}} \times (x-0)$$

En utilisant la loi de Faraday:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \iint_{\text{Surface délimitée par le circuit électrique}} \vec{\nabla} \wedge \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \iint_{\text{Surface délimitée par le circuit électrique}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

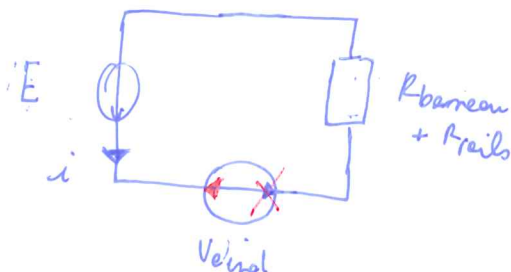
Loi de Stokes

Force électromotrice induite par le champ magnétique $\vec{B}$ externe

$$\textcircled{\ominus} + V_{\text{ind}} = \frac{\partial \Phi_S}{\partial t} \quad (\text{fém induite})$$

$$\Rightarrow V_{\text{ind}} = \frac{\partial}{\partial t} (B l_{\text{barreau}} \times (x-0)) = B l_{\text{barreau}} \frac{\partial x}{\partial t} = B l_{\text{barreau}} v_x$$

Schéma électrique équivalent:



$$\Rightarrow E + V_{\text{ind}} = R_i$$

$$\Rightarrow i = \frac{E - B l v_x}{R}$$

En injectant cette relation dans l'équation fondamentale de la dynamique

$$m dv_x = \left(\frac{E}{R} - \frac{B l_{\text{barreau}} v_x}{R} \right) l_{\text{barreau}} \cdot B$$

$$\Rightarrow \frac{dv_x}{dt} + \frac{(B l)^2}{m R} v_x = \frac{E l B}{m R} \quad (\text{Equation différentielle d'ordre 1 à coefficients constants avec solution particulière})$$

$$\frac{dv_u}{dt} + \frac{(Bl)^2}{mR} v_u = \frac{ElB}{mR}$$

$$\Rightarrow v_u(t) = v_0 e^{-\frac{mR}{(Bl)^2} t} - \frac{\frac{ElB}{mR}}{\frac{(Bl)^2}{mR}}$$

$$= v_0 e^{-\frac{mR}{(Bl)^2} t} - \frac{E}{BL}$$

Détermination de v_0 grâce aux conditions initiales : $v_u(t=0) = 0$

$$\Rightarrow v_0 = + \frac{E}{BL}$$

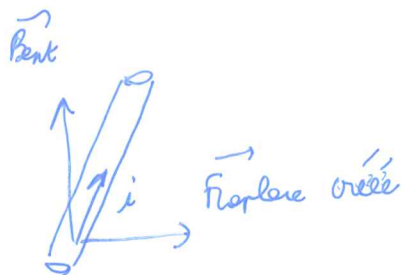
$$\Rightarrow v_u(t) = \frac{E}{BL} \left(e^{-\frac{mR}{(Bl)^2} t} - 1 \right)$$

⊖ Obtenir uniquement si on les $\frac{E}{R}$ ne se simplifient PAS !!

$$\Rightarrow i(t) = \frac{E + v_{ind}}{R} = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{BL}{R} \times \frac{E}{BL} (1 - e^{-t/\tau}) \right)$$

$$= \frac{E}{R} - \frac{E}{R} + \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \xrightarrow{t \rightarrow 0} 0$$

2 conclusions :



et

$i \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow +\infty$: interprétation ???

La force de Laplace se généralise à toute la géométrie à l'aide de sa forme locale
(la force de Lorentz magnétique)

$$\vec{F}_{\text{Lorentz magnétique}} = \rho \vec{v} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$$

$$\iiint \vec{F}_{\text{Lorentz magnétique}} dV = \iiint \rho \vec{v} \wedge \vec{B}_{\text{ext}} dV$$

$$\stackrel{||}{\vec{F}_{\text{Laplace}}} = \iiint \vec{j}_c \wedge \vec{B}_{\text{ext}} \cdot dV \quad \rightarrow \text{CONSTANT DANS TOUT L'ESPACE CONSIDÉRÉ}$$

$$= \left(\iiint \vec{j}_c d\vec{\ell} \cdot d\vec{s} \right) \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$$

$$= \int i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$$

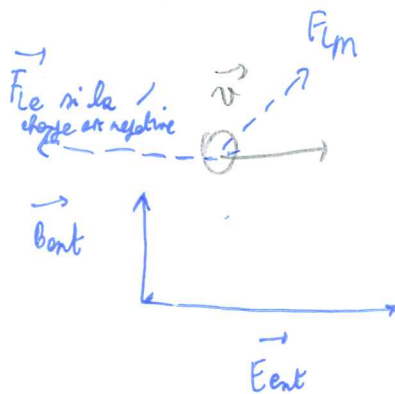
- Force de Lorentz électrique :

↳ Balance de Coulomb : étude similaire à la balance de Cavendish

↳ l'outillage 

↳ l'effet Hall

Travail associé aux forces de Lorentz



Système = { particule chargée de masse m }

étudiée dans le référentiel Galiléen dans lequel elle a une vitesse v quelconque

Travail de la particule

$$W_{F_L} = W_{F_{Le}} + W_{F_{Lm}}$$

$$= \int -e \vec{E}_{ext} \cdot d\vec{l} - \int e \vec{v} \wedge \vec{B}_{ext} \cdot d\vec{l}$$

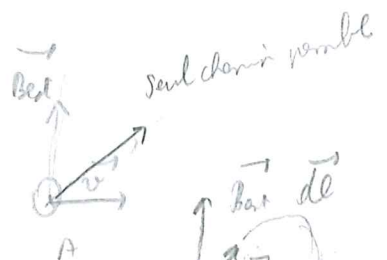
2 cas possibles :

- chemin colinéaire à la vitesse de la particule

$$W_{F_L} = W_{F_e} \quad (\text{car } W_{F_{Lm}} = 0)$$



- chemin tangentiel à la vitesse $\forall t \Rightarrow$ seul cas possible une particule en rotation autour d'elle-même



$$P_{magnétique} = \vec{F}_{Lm} \cdot \vec{v}$$

$$= -e \vec{v} \wedge \vec{B}_{ext} \cdot \vec{v}$$

NON POSSIBLE car le moment de la particule sur elle-même??

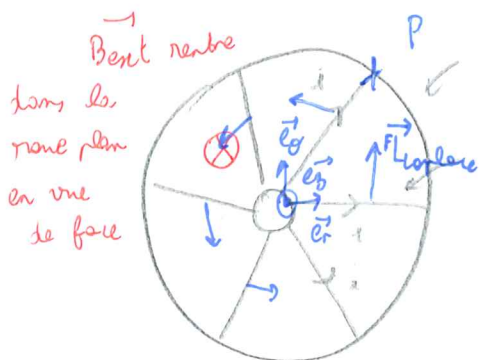
$$\Rightarrow E_{magnétique} = \int P_{magnétique} \cdot dt$$

$$\Rightarrow E_{magnétique} = \int -e \vec{v} \wedge \vec{B}_{ext} \cdot \vec{v} \cdot dt$$

Machine à courant continu et à entrefer plan.

[Youtube (Jean-Julien Fleck, PCS5, Philippe Kleber) / L'essentiel, principe du moteur à courant continu et entrefer plan]

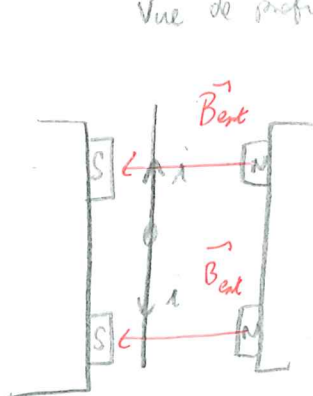
Vue de face



doque de

Fils électriques qui suivent les rayons et qui sont parcourus par un courant i

Vue de profil



Aimants, poussoirs permettant de créer $\vec{B}_{ext}$

Système = { rayon de masse m de longueur $OP = a$ } étudié dans le référentiel terrestre mposé Galiléen

$\vec{F}_{Laplace}$ sur chacun des rayons

$$\vec{F}_{Laplace} = \int_0^{P \text{ (extrémité de la zone)}} i \vec{dl} \wedge \vec{B}_{ext} = \int_0^a i \vec{e}_r \wedge B_{ext} \vec{e}_z = i a B_{ext} \underbrace{\vec{e}_r \wedge \vec{e}_z}_{\vec{e}_\theta}$$

élément d'intégration

distance du rayon

Moment correspondant par rapport au centre de rotation du système ($\equiv$ de tout le rayon)

$$\vec{\Gamma}_1 = \vec{r} \wedge \vec{F}_{Laplace} = \frac{a}{2} \vec{e}_r \wedge \vec{F}_{Laplace} = \frac{ia^2}{2} B_{ext} \vec{e}_z$$

DIFFÉRENT DU MOUVEMENT D'INERTIE LE RAJAS DE CENTRE AU MOUVEMENT D'INERTIE

Bra de levier

Force uniformément répartie sur toute la longueur du rayon $\Rightarrow$ Bra de levier $= \frac{a}{2} \vec{e}_r$

Pour N rayons :

$$\vec{\Gamma}_{\text{rayon}} = N \vec{\Gamma}_1 = N i \frac{a^2}{2} \vec{e}_z$$

(Γ_{rayon} est proportionnel au courant i)

(si on inverse le sens du courant,
on inverse le sens de rotation)

Equation électrique

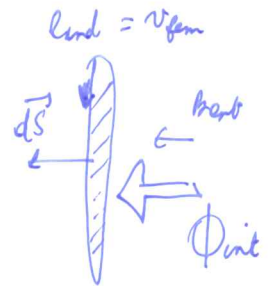
D'après l'équation de Maxwell Faraday sous sa forme globale :

$$\oint \vec{\nabla} \wedge \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B}_{\text{ext}} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B}_{\text{ext}} \cdot d\vec{S}$$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ contour de la zone (entourant $d\vec{S}$) Théorème de Schwarz Surface de la zone

$$\Rightarrow -V_{\text{fem}} = - \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{int}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{fem}} = \frac{\partial \Phi_{\text{int}}}{\partial t}$$



En l'absence de pertes :

$$e_{\text{ind},i} = v_{\text{fem}} \times i = P_{\text{fem},i}$$

LE COUPLAGE ELECTROMECANIQUE EST SUPPOSE PARFAIT EN L'ABSENCE DE PERTES

$$\Rightarrow P_{\text{fem},i} = \ominus P_{\text{mech}} = - \vec{\Gamma}_{\text{rayon}} \cdot \vec{\Omega}$$

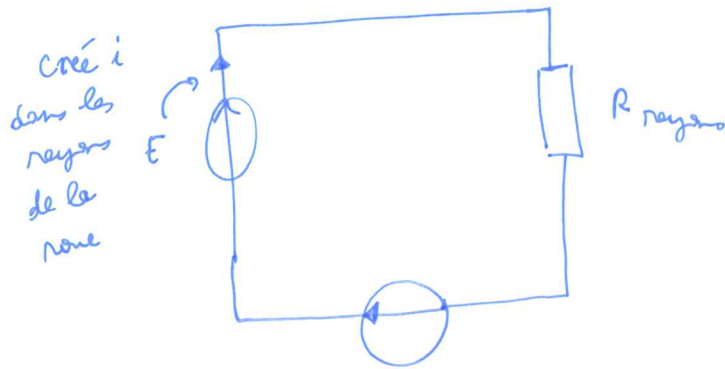
vitesse de rotation

$$= - N i B \frac{a^2}{2} \times \omega$$

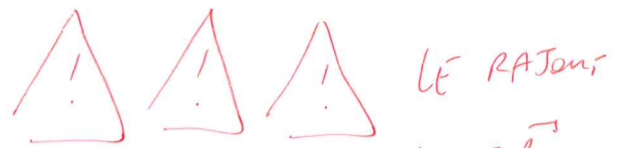
$$\Rightarrow e_{\text{ind}} = - \frac{N B a^2}{2} \omega$$

e_{ind} est proportionnelle à la vitesse de rotation

Ainsi le système électrique équivaut NON PAS DANS LA ROUE MAIS DANS LE CIRCUIT QUI FOURNIT LE COURANT AUX RAYONS DE LA ROUE



v f.e.m (force électromotrice dans le même sens que i qui l'a créée)



D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE $\vec{B}$ QUI CONTRIBUE À PRODUIRE LA ROTATION DE LA ROUE CONSTITUÉE UNE CHARGE

DE TYPE "TENSION" (D'APRÈS LA LOI DE FARADAY) POUR LE

SYSTÈME D'ALIMENTATION DU COURANT DE i

Application de la loi des mailles : $E + v_{fem} = Ri$

$$\Rightarrow i = \frac{E - \frac{NB\omega a^2}{2}}{R}$$

$\Rightarrow$ UNE ROTATION DE LA ROUE CONSOMMÉE DE L'ÉNERGIE !!!

J_D : Moment d'inertie

$J_D = \int r^2 dm$ ou masses ponctuelles $J_D = \sum m_i r_i^2$ (décalé de J_D)

$J_D' = J_C + M d^2$ (centre de masse)

Equation mécanique :

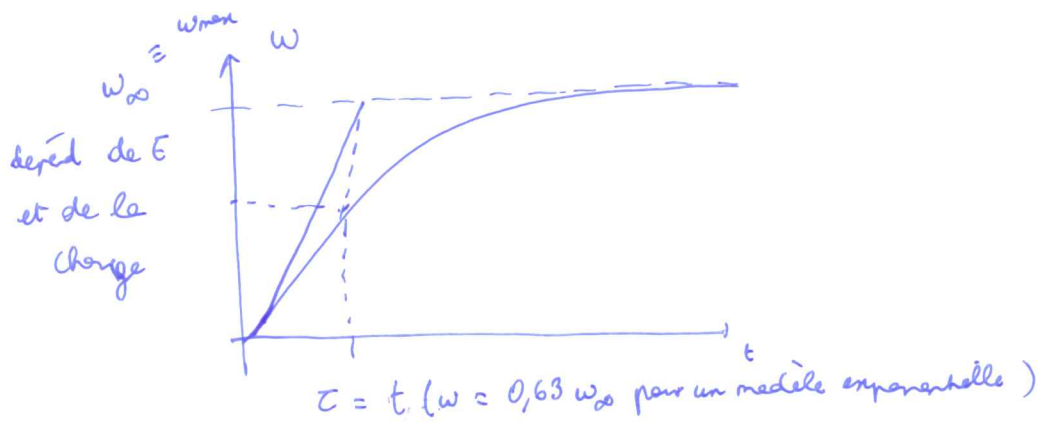
Théorème du moment cinétique au centre du disque : $J_D \frac{d\omega}{dt} = \vec{\Gamma}_{\text{force de Laplace}} - \vec{\Gamma}_{\text{charge}}$

$\frac{NBa^2}{2} \left(E - \frac{NB\omega a^2}{2} \right) \frac{1}{R}$ si pertes de fonction de friction avec $\tau = J_D R \left(\frac{2}{NBa^2} \right)$ (supprimé nul)

$$\Rightarrow \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{\tau} \omega = \frac{\omega_0}{\tau}$$

$$\text{et } \omega_0 = \frac{2}{NBa^2} E - \frac{\tau}{J_D} \Gamma_R$$

LA CHARGE DÉFINI PAR UN COUPLE DE CHARGE $\vec{\Gamma}_q$ REPRÉSENTE LE SYSTÈME ENTRETIENÉ PAR LE MOTEUR



Avantage du moteur à courant continu et entrefer plein :

- Très petit
- Inducteur à aimant permanent
- Grande gamme de vitesses
- Fort accélération angulaire

Inconvénients :

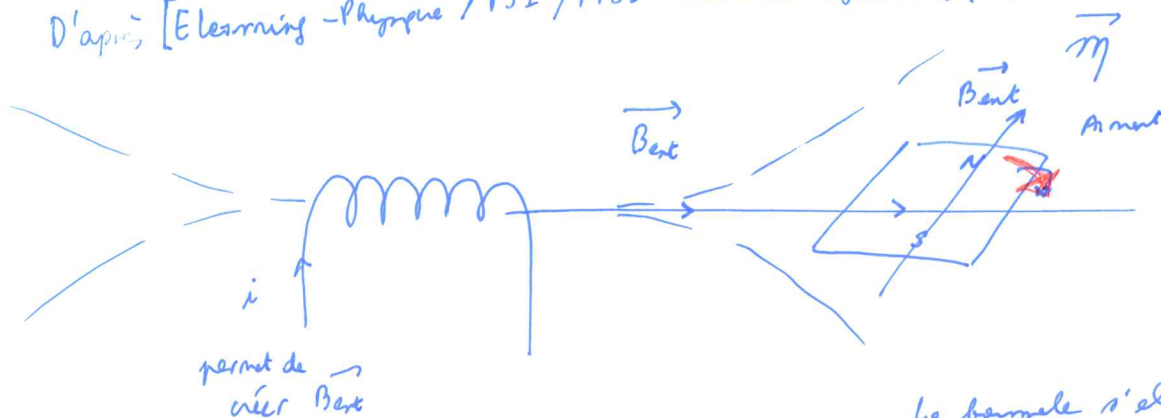
- Petites puissances $\leq 2 \text{ kW}$
- Inertie thermique faible (ne peut pas être utilisé sur de grandes périodes)
- Contact électrique réduit les rayons $\Rightarrow$ contacts frottants qui s'usent régulièrement

Utilisation :

- Position de la rotation : robotique, ...
- Géométrie très plate du moteur appréciée pour les drogues durs, vélos électriques

Machine synchrone:

D'après [Elearning - Physique / PSI / PTSI Machines Synchrones (1) : structure et idée d'ensemble]

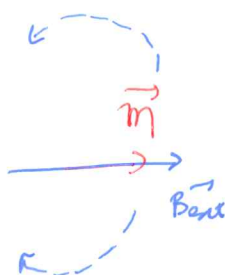


la boussole s'aligne autour du champ magnétique :

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}_{ext}$$

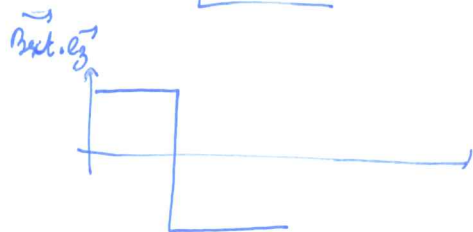
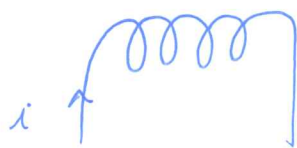
$$E_p = - \vec{m} \odot \vec{B}_{ext}$$

l'énergie potentielle cherche à être minimisée par le système
 $\vec{m}$ cherche à s'aligner à $\vec{B}_{ext}$

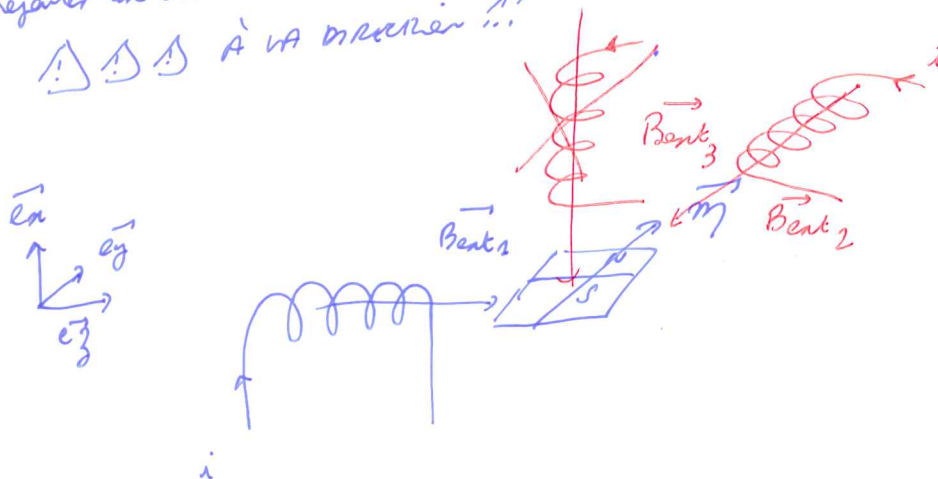


2 chemins possibles

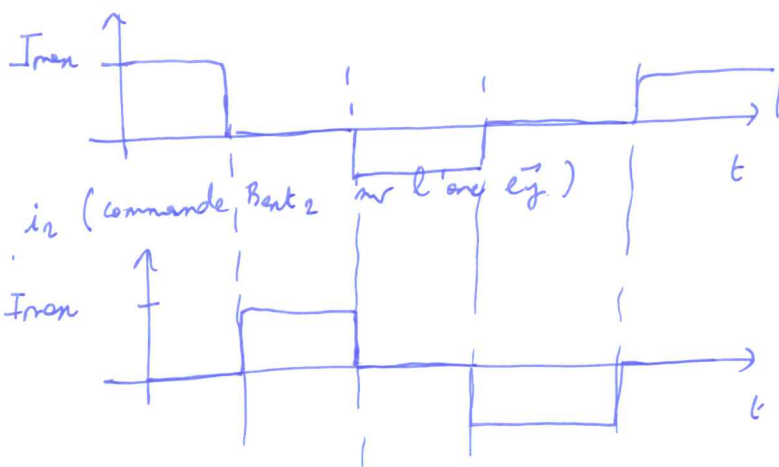
=> on n'est pas sûr de pouvoir faire un moteur qui tourne toujours dans le même sens



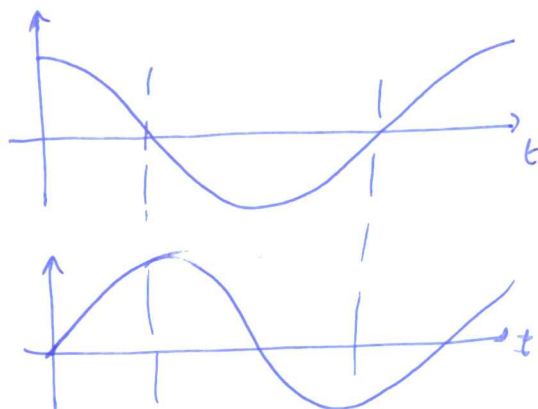
Solution: rajouter un deuxième bobinage perpendiculaire au premier
 !!! A la machine !!!



i_1 (comme Bont1 sur l'axe $\vec{e}_3$)



Motor pas à pas (courants en succession)



periode de courants i = periode de rotation de l'axe
 (CONDITION DE SYNCHRONISME)

Utilisation de courants sinusoïdal de même amplitude et déphasé de $\frac{\pi}{2}$
 (De plus le bobinage doit être physiquement sur une direction perpendiculaire au premier bobinage)

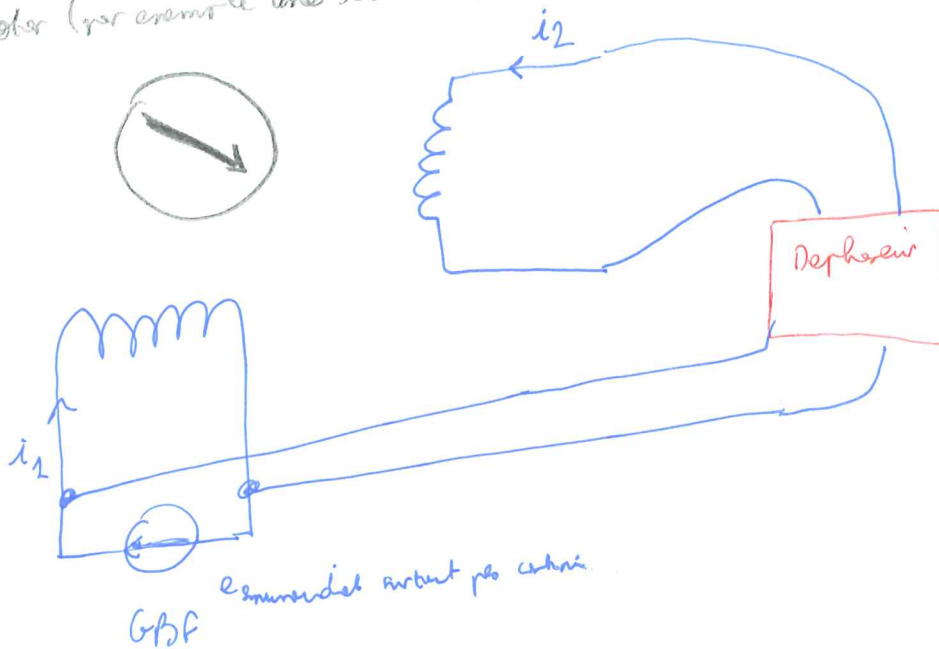
le contrôle de la machine synchrone se fait à travers la pulsation ω

$\dot{\Omega} = \omega$
 ↗ vitesse de rotation du rotor
 ↗ pulsation des courants statoriques

Le rotor est un aimant permanent ou une spire parcourue par un courant

"
 pièce qui ne bouge pas
 => bobinages externes

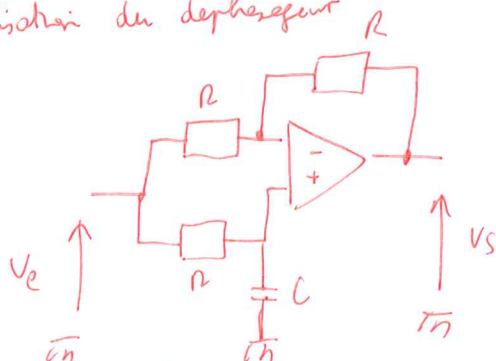
Réalisation expérimentale d'un moteur synchrone :
 Rotor (par exemple une boussole)



$\Delta \varphi = \pi/2$ qui évite d'utiliser 2 G.B.F.
 => il faut pour cela dimensionner le déphaseur à la fréquence de contrôle du rotor

=> il doit donc être actif
 NE PEUT PAS ÊTRE FAIT PAR UNE LIGNE DE TENSION FIXE

Réalisation du déphaseur



$R \times C \times \omega = 1$ => déphase de $\pi/2$ entre l'entrée et la sortie

!!! Petite impulsion au démarrage (= difficulté de la machine synchrone)

